



Pykäläaho Reetta

Työuraa aloittavien luokanopettajien käsityksiä matematiikan opettamisesta

Pro gradu -tutkielma
KASVATUSTIETEIDEN TIEDEKUNTA
Luokanopettajakoulutus
2021

Matematiikka on toinen tuntimääriltään suurista perusopetuksen oppiaineista. Luokanopettajilla on suuri vastuu matematiikan opetuksen toteuttamisesta, sillä he opettavat kaksi kolmasosaa peruskoulun matematiikan vuosiviikkotunneista (Leppäaho ym., 2012, s. 105). Matematiikan opettaminen vaatii sisällönhallintaa sekä pedagogisia kykyjä, joita tarkastellaan tässä tutkimuksessa sisältötiedon ja pedagogisen sisältötiedon kautta (Shulman, 1986, s. 7). Tämän tutkimuksen tavoitteena on ollut selvittää, millaisia käsityksiä maisterivaiheen luokanopettajaopiskelijoilla ja vasta valmistuneilla luokanopettajilla on matematiikan opettamisen vaatimuksista opettajalle ja miten he käsittävät omat kykynsä vastata vaatimuksiin.

Tutkimus on toteutettu laadullisena tutkimuksena fenomenografisella otteella ja analyysimenetelmänä on käytetty sisällönanalyysiä. Aineisto kerättiin Webropol-kyselylomakkeella, joka koostui pääasiassa avoimista kysymyksistä. Aineisto on kerätty helmikuussa 2021 sosiaalisen median opettajille suunnatuissa ryhmien kautta. Tutkimukseen osallistui 14 vastaajaa kolmesta eri yliopistosta.

Opettajan osaamista matematiikan opettamisessa käsiteltiin oppimisen tavoitteiden kautta, joissa korostui matematiikan soveltaminen arjessa sekä positiivisen kuvan muodostuminen matematiikasta. Tulosten mukaan luokanopettajaopiskelijat pitivät pedagogista osaamista tärkeänä matematiikan opettamisessa. Erityisesti erilaisten opetusmenetelmien tunteminen oli vastaajien mukaan merkittävää oppilaiden tuntemisen lisäksi. Opettajan matemaattisen tiedon tulisi olla vähintään oppilaiden tavoitteiden tasolla, mutta tiedon tulisi mielellään olla syvempää kuin vain alakoulun sisältöjen hallinta. Tuloksien mukaan matematiikan opettamisen kyvyt olivat kehittyneet luokanopettajakoulutuksessa sekä erityisesti sijaisuuksissa koulutuksen ulkopuolella.

Avainsanat: ainekohtainen sisältötieto, matematiikan opettaminen, opettajan tieto, pedagoginen sisältötieto

Sisältö

1 Johdanto	5
2 Tutkimuksen tavoite.....	7
3 Teoreettinen viitekehys	8
3.1 Matematiikka peruskoulun oppiaineena	9
3.2 Pedagoginen sisältötieto matematiikan opettamisessa	11
3.2.1 Pedagoginen sisältötieto ilmiönä.....	11
3.2.2 Pedagogisen sisältötiedon osa-alueet.....	13
3.3 Sisältötieto matematiikan opettamisessa	19
3.3.1 Tieto matematiikasta ja sen sisällöistä	19
3.3.3 Spesiaali matemaattinen sisältötieto.....	21
3.4 Matemaattisen tiedon rakentuminen	22
3.4.1 Matemaattisen käsitteen muodostuminen	23
3.4.2 Proseduraalisen ja käsitteellisen tiedon yhteys	24
3.5 Opettajan tiedon kehittyminen koulutuksessa	25
3.5.1 Matemaattisen sisältötiedon kehittyminen.....	26
3.5.2 Pedagogisen osaamisen kehittyminen.....	27
4 Menetelmä.....	29
4.1 Tutkimuksen toteutus ja aineiston keruu	30
4.3 Aineiston analyysi	32
5 Tulokset	35
5.1. Vastaajien taustatekijät.....	35
5.2 Käsitteet pedagogisen osaamisen vaatimuksista.....	39
5.2.1 Käsitteet oppimisen tavoitteista.....	40
5.2.2 Käsitteet opettamisesta	43
5.3 Käsitteet sisällöllisen osaamisen vaatimuksista	48
5.4 Käsitteet omasta kyvystä opettaa matematiikkaa.....	52
5.4.1 Käsitteet omista sisällöllisistä kyvyistä	52
5.4.2 Käsitteet omista pedagogisista kyvyistä.....	54
5.4.3 Opetettavien sisältöjen mielekkyys ja osaaminen niihin liittyen.....	55
5.4.5 Vahvuudet ja epävarmuudet opettamisessa	57
5.5 Osaamisen kehittyminen.....	62
6 Johtopäätökset	66
6.1 Pedagoginen osaaminen.....	66
6.1.1 Oppimiseen tavoitteet.....	66
6.1.2 Opettamiseen liittyvät käsitteet.....	67

6.2 Sisällöllinen osaaminen	68
6.3 Kykyjen kehittyminen koulutuksen aikana	70
7 Pohdinta.....	72
Lähteet	75

1 Johdanto

Matematiikka on toinen peruskoulun merkittävimmistä oppiaineista ja sen hyödyllisyys arjessa on ilmiselvää. Suomalaisnuoret ovat maailman kärkeä edelleen matematiikan osaamisessa, mutta osaamisen taso on laskenut huomattavasti 2000-luvun alun tuloksiin nähden (PISA 18, s. 29). Erityisesti luokanopettajilla on mahdollisuus vaikuttaa lasten ja nuorten matematiikan osaamiseen ja käsitykseen matematiikasta, sillä kolmasosa koko perusopetuksen matematiikan oppitunneista kuuluu alakoulun puolelle (Leppäaho ym., 2012, s. 105). Jotta opettaja voi tarjota oppilaille tavoitteiden mukaista ja niiden saavuttamisen mahdollistavaa opetusta, on hänellä oltava tietämystä niin matematiikan sisällöistä kuin myös pedagogiikasta, eli millä tavalla opetus kannattaa järjestää, jotta oppiminen on tehokasta.

Tämän tutkimuksen taustalla on oma mielenkiintoni matematiikan opettamiseen. Tutkin kandidaatintutkielmassa matemaattisen ajattelun kehittymistä ja matematiikan tiedon rakennetta, jonka jälkeen aloin pohtia, kuinka hyvin tulevat luokanopettajat pystyvät vastaamaan matematiikan opetuksen vaatimuksiin. Halusin kartoittaa, mitä opiskelujen loppupuolella olevat tulevat luokanopettajat ajattelevat matematiikan opettamisen vaativan heiltä pedagogisesti sekä sisällöllisesti sekä kokevatko he pystyvänsä täyttämään nämä vaatimukset. Kohderyhmäksi valikoitui opiskelijat jo työelämässä pidempään työskennelleiden opettajien sijaan, sillä minua kiinnostaa myös luokanopettajakoulutus käytännön työhön valmistavana koulutuksena.

Tässä tutkimuksessa merkittäviä käsitteitä ovat tieto, kyky ja osaaminen, joiden kautta tarkastellaan luokanopettajaopiskelijoiden matematiikan opettamisen käsityksiä. Tieto merkitsee tässä tutkimuksessa luokanopettajaopiskelijan teoreettista tietopohjaa, joka on oletettavasti muodostunut koulutuksen aikana. Tieto matematiikan opetuksesta on siis abstrakti käsitys, johon ei ole vielä liittynyt luokanopettajaopiskelijalla käytännön kokemuksesta syntyvää tietoa. Kyky nähdään valmiutena ja kompetenssina toteuttaa matematiikan opetusta. Kyky ei vaadi käytännön kokemusta, mutta se on laajempi käsite kuin tieto. Valmius muodostuu tiedoista, taidoista, asenteista, arvoista ja henkilökohtaisista ominaisuuksista, joiden pohjalla on kognitiot, motivaatio ja affektit (Blömeke ym., 2015, s. 6; Metsäpelto ym., 2020, s. 12). Sen sijaan osaamisen katsotaan vaativan jo käytännön tietoa ja kokemusta opettamisesta, jota luokanopettajaopiskelijoilla ei ole vielä päässyt karttumaan suuresti.

Opettaminen on opettajan toimintaa, jotta oppilaat voivat saavuttaa asetettuja tavoitteita (Siljander, 2014). Suomalaisessa peruskoulussa Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet määrittelevät tavoitteet oppilaille sekä väljän rungon, miten näihin tavoitteisiin päästään. Opettajille velvoitteena on esimerkiksi erilaisten työskentelytapojen, välineiden ja teknologian hyödyntäminen opetuksessa. Tarkempia vaatimuksia opettajan osaamiselle ei kuitenkaan ole asetettu. Opettajalla tulee olla kyky toteuttaa opetusta asetettujen tavoitteiden pohjalta, eli opettaminen vaatii jonkinlaista tietoa opetettavasta sisällöstä sekä tietoa, miten opettaa kyseinen sisältö.

2 Tutkimuksen tavoite

Tutkimuksen tavoitteena on selvittää, millaisena maisterivaiheen luokanopettajaopiskelijat ja vastavalmistuneet luokanopettajat käsittävät oman kykynsä opettaa alakoulun matematiikkaa. Tämän lisäksi tarkastellaan, kuinka hyvin luokanopettajaopinnot ovat valmistaneet opettamaan matematiikkaa, eli vastaako koulutus opiskelijoiden vaatimuksiin. Tavoitteena on siis luokanopettajaopiskelijoiden ja vastavalmistuneiden luokanopettajien käsitysten kautta peilata luokanopettajakoulutuksen matematiikan sisältöjen riittävyyttä opettajana toimimisessa. Pyrin vastaamaan tutkielmassa seuraaviin tutkimuskysymyksiin:

1. Millaista osaamista matematiikan opettaminen vaatii opettajalta työuran alussa olevien luokanopettajien mukaan?
2. Millaisena työuraa aloittavat luokanopettajat käsittävät pedagogiset kykynsä opettaa matematiikkaa?
3. Millaisena työuraa aloittavat luokanopettajat käsittävät sisältötiedolliset kykynsä opettaa matematiikkaa?

Tutkimuskysymysten avulla tarkastellaan luokanopettajakoulutuksen tarjoamia valmiuksia opettaa matematiikkaa alakoulussa. Ensimmäisen kysymyksen kautta käsitellään, minkälaisia käsityksiä luokanopettajaopiskelijoille on matematiikan opettamisen vaatimasta osaamisesta. Eli mitä luokanopettajaopiskelijat pitävät tärkeänä osaamisena opettajalle matematiikan opetuksessa. Tulosten kautta voidaan tarkastella, luoko koulutus laajan ja työelämään valmistavan käsityksen matematiikan opettamisesta.

Toisen ja kolmannen tutkimuskysymyksen kautta voidaan arvioida, antaako luokanopettajakoulutus riittävän pedagogisen ja sisällöllisen osaamisen matematiikan opettamista varten. Tämän avulla pystytään tarkastella tulisiko opintojen sisältöä tai määrää muuttaa, jos osaaminen koetaan osa-alueilla vielä juuri ennen opintojen päättymistä heikoksi.

3 Teoreettinen viitekehys

Opetus alkaa opettajan ymmärryksestä, mitä tulee oppia ja millä keinoilla oppiminen tapahtuu (Shulman, 1987, s. 7). Suomessa kysymys “mitä opitaan” on määritelty Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (POPS), mutta kysymykseen “millä keinoilla”, opettajalla on pedagoginen vapaus vastata itse (Jyrhämä ym., 2016). Opettajan työn lähtökohtana on myös oletus, että opettaja tietää jotain, mitä muut, eli oppilaat, eivät tiedä. Haasteena on muuttaa opettajan tieto pedagogisesti toimivaksi esitykseksi, jonka lopputuloksena oppilaat hallitsevat sisällön. Opetuksen lähtökohtana opettajan tieto, jota oppilaat eivät tiedä, tuo myös kysymyksen, mitä tämä tieto sisältää (Ball ym., 2008, s. 394; Shulman, 1986, s. 7). Yleisenä käsityksenä on, että opettajan tulee osata opetettava sisältö, joka on määritelty opetussuunnitelmassa ja jonkin verran syventävää tietoa aiheesta. Opettajalle ei kuitenkaan riitä vain faktojen hallinta ja laskutoimitusten virheetön suorittaminen, vaan opettajan matemaattinen tieto ja osaaminen tulee olla syvempää ja erilaista, kuin muissa konteksteissa (Ball ym. 2008, s. 396).

Tutkimuksen teoreettinen viitekehys pohjautuu opettajan tiedon erilaisiin malleihin. Yksi merkittävistä teorioista on Shulmanin (1986) opettajan tiedon osa-alueita käsittelevä malli, jonka pohjalta useat tutkijat ovat kehittäneet teoriaa eteenpäin ja arvioineet sen toimivuutta. Shulmanin (1986, s. 5) teoriassa kaksi opettajan tiedon osa-aluetta; ainekohtainen sisältötieto ja yleinen pedagoginen tieto muodostavat opettajan tiedon spesiaalisen osa-alueen pedagogisen sisältötiedon. Yleisellä pedagogisella tiedolla Shulman (1986, s. 5) tarkoittaa opettajan tietoa oppimisen teorioista, motivaatiosta ja oppimiseen vaikuttavista tekijöistä yleisesti sekä erilaisista menetelmistä ja yleisistä haasteista. Suomalaisessa kontekstissa perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet määrittelevät niin ainekohtaisia sisällöllisiä sekä pedagogisia vaatimuksia opettajille.

Opettajan tiedon ainekohtaisen sisältötiedon kautta paneudutaan matematiikan rakentumiseen Sfardin (1991), Hiebertin ja Lefevren (1986) teorioiden konseptuaalisen ja proseduraalisen tiedon kautta. Näiden toisiaan täydentävien ymmärrysten kautta tarkastellaan myös opettajien käsitystä matemaattisesta tiedosta sekä matematiikan oppimisesta. Tutkimuskysymyksissä esitettyyn matematiikan opettamisen kykyihin paneudutaan tutkielmassa sisältötiedon, yleisen pedagogisen tiedon ja pedagogisen sisältötiedon kautta. Opettajan kompetenssien kautta lähestytään yksittäisen oppiaineen opettamiseen liittyviä tekijöitä. Opettajan osaamisen kehitystä tarkastellaan erityisesti luokanopettajakoulutuksen kautta, sillä

luokanopettajaopiskelijoilla ja vasta valmistuneilla suurin osa ammattia varten tarvittavasta tiedosta on kehittynyt koulutuksesta, sillä varsinaista kokemusta työstä ei vielä ole.

3.1 Matematiikka peruskoulun oppiaineena

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (POPS) (2014, s. 17–19) oppiminen nähdään yksilön sisäisenä prosessina, jossa yksilö on aktiivisena toimijana. Perusopetuksen opetuksellisen ja kasvatuksellisen tehtävän tavoitteena on tukea oppilaan oppimista, kehitystä ja hyvinvointia, tässä tutkimuksessa paneudutaan erityisesti perusopetuksen alakoulun opetukselliseen tehtävään matematiikan osalta. Opetuksellisenä tavoitteena on tarjota oppilaalle tarpeelliset tiedot ja taidot tulevia opintoja ja elämää varten. Kaiken opetettavan tiedon on perustuttava tieteelliseen tietoon, eli koulussa opetettavalla matematiikalla on pohja tieteellisessä matematiikassa (POPS, 2014, s. 17–19).

Oppiminen nähdään yksilöllisenä prosessina, joka tapahtuu kuitenkin vuorovaikutuksessa muiden ihmisten kanssa ja jonka tavoitteena on oppilaan kokonaisvaltainen kehittyminen herättäen oppimisen ilon (POPS, 2014, s. 17). Oppimiskäsitys on konstruktivistinen, eli oppijan omien kokemusten, tietojen ja ennakkokäsitysten tiedetään vaikuttavan uuden tiedon muodostamiseen ja ne tulisi ottaa huomioon opetuksessa (Leino, 2004, s. 20). Suomalaisessa peruskoulussa ei testata oppilaita standardoiduilla testeillä tai vertailla kouluja, vaan tavoitteena on oppiminen oppilasta itseään varten (Sahlberg, 2010, s. 2).

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet määrittävät kunkin oppiaineen tavoitteet, sisällöt ja arvioinnin perusteet jokaisen luokka-asteen kohdalla (Silfverberg, 2017, s. 23). Tämän lisäksi opetussuunnitelman perusteet määrittävät oppiaineiden tehtävät, jotka muodostavat perustan opettajien toteuttamalle opetukselle (Shulman, 1986, s. 10). Jokaisen oppiaineen tehtävä ja tavoitteet ohjaavat kyseiselle tiedon alalle tyypilliseen ajatteluun ja työskentelyyn (Halinen ym., 2016). Matematiikassa tämä tarkoittaa pikkuhiljaa päätymistä mekaanisesta laskemisesta sisältöjen todistamiseen ja ongelmanratkaisuun. Tiedepohjaisena oppiaineena matematiikalla on oma käsitejärjestelmä ja kieli, joiden rakentamisessa opettaja ohjaa oppilaita (Laitinen ym., 2015, s. 133).

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014, s. 128, 234, 374) matematiikan tehtävä oppiaineena peruskoulussa on kehittää oppilaiden loogista, täsmällistä ja luovaa matemaattista ajattelua. Tavoitteena on tukea matemaattisten käsitteiden ja niiden välisten rakenteiden

ymmärtämistä. Käsitteiden lisäksi tuetaan ongelmanratkaisutaidon kehittymistä. Tämän ohella matematiikan opetuksen tulisi tukea oppilaan positiivisen minäkuvan kehittymistä matematiikan oppijana ja tuoda matematiikka osaksi arkea erilaisin opetusmenetelmin ja välinein. Oppiaineiden tavoitteet määritellään luokka-asteittain 1.–2.-, 3.–6.- ja 7.–9., joissa alkuopetuksen osalta muodostetaan perusta matematiikan oppimisella ja ylemmillä luokka-asteilla syvennetään aiempaa osaamista ja luodaan yhteyksiä eri sisältöjen välille (POPS, 2014, s. 128, 234, 374).

Arviointi kuuluu oleellisena osana opetuksen toteuttamiseen ja sen tulee aina perustua asetettuihin tavoitteisiin (POPS, 2014, s. 48). Matematiikan arvioinnissa haasteen tuo kuitenkin se, että matemaattisen ajattelun havainnointi ei ole suoraan mahdollista, vaan oppilaan pitää osata jollain tavalla esittää ajatteluaan (Joutsenlahti, 2005, s. 20). Matemaattisen ajattelun esittäminen on aina tulkinnanvaraista, ja jokaisella yksilöllä on oma tapansa esittää ajatteluaan (Sfard, 1991, s. 3). Opettajan tulee pyrkiä selvittämään oppilaiden ajattelua monipuolisin menetelmin ja tarjoamaan välineitä ajattelun esittämiseen (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018, s. 428).

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden mukaan (2014, s. 130, 237) arvioinnin tehtävänä on ensisijaisesti tukea oppilaiden matemaattisen ajattelun ja osaamisen kehitystä. Palautteen sekä arvioinnin tulee olla kannustavaa, jotta se tukee myös positiivisen matematiikkakuvan muodostumista. Alkuopetuksessa oppilaan matemaattista ajattelua voidaan selvittää puheen, välineiden, piirtämisen tai kirjallisen työskentelyn avulla, kun taas vuosiluokilla 3–6 oppilaalta edellytetään jo taitoja esittää omaa ajatteluaan eri tavoin (POPS, 2014, s. 130, 237.) Arviointi on apuna niin oppilaalle kuin opettajalle, opettaja pystyy sen avulla analysoimaan, vastaako opetus oppilaiden tarpeita (Aunio ym., 2018, s. 251).

Silfverbergin (2017, s. 23–29) mukaan nykyisen Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2014) tavoitetaso matematiikan suhteen on hieman korkeampi aiempaan, vuoden 2004 Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteisiin verrattuna. Tavoitetason nousua on tutkittu uudistetun Bloomin taksonomian tasojen kautta; muistaminen, ymmärtäminen, soveltaminen, analysoiminen, arvioiminen ja luominen. Näistä kolme viimeistä tasoa esiintyvät nykyisessä Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014) useammin kuin edellisessä ja näin ollen voidaan olettaa tavoitetason nousseen hieman ja erityisesti oppimisen laadun muuttuneen (Silfverberg, 2017, s. 23–29.) Tavoitteiden muuttuminen vaikuttaa myös opetuksen ja opettajien osaamisen vaatimuksiin. Opetussuunnitelman perusteiden vaikutukset nähdään

lopulta oppimistuloksissa, sillä se ohjaa kansallisesti jokaisessa luokkahuoneessa tapahtuvaa toimintaa (Niemi ym., 2020, s. 4).

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet (2014, s. 130, 237) painottuvat edelleen silti vahvasti matematiikan sisältöjen osalta proseduraaliseen osaamiseen, mutta tavoitteissa painotetaan vahvemmin käsitteellistä ymmärrystä. Haasteena on, miten saavutetaan ymmärrys, kun sisältöjen osalta painotus on sujuvassa ja automatisoituvassa laskutaidossa. Oppiminen on pohjimmiltaan ajattelun muutosta ja matematiikassa tavoitteena on lopulta saavuttaa sisältöjen abstrakti käsitteellinen hallinta, jonka avulla pystytään suorittamaan sujuvasti ja täsmällisesti matemaattisia proseduureja (Pehkonen, 2011, s. 14). Matematiikan oppimisen tavoitteena voidaan pitää laadullista oppimista, eli pyritään muuttamaan ja rakentamaan yksilön sisäisiä malleja (Yrjönsuuri, 2004, s. 130).

3.2 Pedagoginen sisältötieto matematiikan opettamisessa

Opettajalla on suuri vastuu luokkahuoneessa ja Suomessa tämä korostuu erityisesti laajan pedagogisen autonomian ja väljän Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden kautta (Toom & Husu, 2012, s. 41). Opettajalla on valta valita käsiteltävät aiheet Opetussuunnitelman perusteiden rajoissa sekä millä tavalla aiheita käsitellään ja kuinka paljon niiden käsittelyyn käytetään aikaa (Pehkonen & Rossi, 2018, s. 14). Nämä päätökset vaativat pedagogista osaamista (Jyrhämä ym., 2016).

Matematiikan opetus vaatii opettajalta matematiikan sisältöjen lisäksi tietoa, miten oppilaat omaksuvat parhaiten halutut sisällöt. Opettamiseen ei riitä pelkkä sisällöllinen osaaminen, vaan se vaatii pedagogista tietoa oppimisesta, oppilaiden haasteista ja mielenkiinnonkohteista, tavoista toteuttaa opetusta ja hyödyntää erilaisia välineitä. Tämä osaaminen on Ernestin (1989, s. 15) mukaan tietoa matematiikan opettamisesta, johon kuuluu niin pedagoginen tieto kuin myös tietämys opetussuunnitelmasta. Shulman (1989) käyttää samasta ilmiöstä nimeä pedagoginen sisältötieto, mutta käsittelee opetussuunnitelmia koskevaa tietoa erillisenä.

3.2.1 Pedagoginen sisältötieto ilmiönä

Eurooppalaisessa ja erityisesti saksalaisessa kontekstissa on käytetty käsitettä ainedidaktiikka ja tutkittu sitä ennen Shulmanin (1986) muodostamaa pedagogisen sisältötiedon käsitettä. Ainedidaktiikka käsittelee samaa ilmiötä, kuin pedagoginen sisältötieto, mutta ottaa huomioon

tiedon eri osa-alueet laajemmin. Pedagogisen sisältötiedon käsitettä on kritisoitu sen kapeudesta; se keskittyy vain opettajan tietoon valmistella oma tieto opetettavaan muotoon. Ainedidaktiikkaan voidaan sisällyttää kaikki seitsemän Shulmanin (1986) määrittelemää tiedon osa-aluetta, jotka ovat sisältötieto, yleinen pedagoginen tieto, opetussuunnitelman tunteminen, pedagoginen sisältötieto, oppilaantuntemus, tieto opetuksen kontekstista ja päämääristä. (Kansanen, 2009, s. 33–35, Shulman, 1987, s. 8.) Tässä tutkimuksessa käytetään käsitettä pedagoginen sisältötieto, kun puhutaan opettajan tiedosta, jossa yhdistyy opettajan eri tiedon osa-alueet. Ainedidaktiikka on pedagogista sisältötietoa laajempi käsite, mutta kasvatustieteellisessä tutkimuksessa pedagoginen sisältötieto käsitteenä on vakiintunut käyttöön (Kansanen, 2009, s. 34). Pedagoginen sisältötieto on toimiva käsite tarkastellessa opettajan ammatillista tietoa, mutta sen käytössä tulee tiedostaa, että tiedon osa-alueita on käytännössä mahdoton erottaa toisistaan (Kind & Chan, 2019, s. 964).

Pedagogiseen sisältötietoon sekä ainedidaktiikkaan liittyy oletus, että kaikkia oppiaineita ei voi opettaa samalla tavalla, vaan toimivimmat opetusmenetelmät riippuvat oppiaineen luonteesta (Depaepe ym., 2013; Kansanen, 2009, s. 15). Kansanen (2009, s. 32) pohtii, tarvitaanko jokaiselle aineelle oma ainedidaktiikkansa, vai voisiko samankaltaisten oppiaineiden opetukseen liittyvää tietoa ja osaamista yhdistää. Ehdotuksena on kolmijako, jossa yhdistetään taito- ja taideaineet, kuten kuvataide ja liikunta, yhdeksi ryhmäksi, humanistiset eli esimerkiksi kielet ja historia toiseksi ryhmäksi ja luonnontieteet kolmanneksi ryhmäksi. Alakoulussa luonnontieteellisiä aineita on lähinnä vain matematiikka ja ympäristöoppi. Jälkimmäinen on yhdistelmä useita eri oppiaineita, joita opiskellaan yläkoulussa erillisinä. Matematiikka on alakoulussa hyvin itsenäinen oppiaine, jolle ei löydy vastaavaa (Kansanen, 2009, s. 32). Sitä on haastava integroida opetuksessa tarkoituksenmukaisesti, mutta myös opettajankoulutuksessa sen yhdistäminen muihin opintoihin on haastavaa (Hihnala & Leppäaho, 2010, s. 79). Matematiikalla voidaan siis olettaa olevan myös muista oppiaineista erottuvat toimivat opetusmenetelmät sen ainutlaatuisen luonteen takia.

Shulman (1986, s. 6; 9) käsittelee sisällöllisen osaamisen muutosta opetettavaksi sisällöksi pedagogisen sisältötiedon kautta. Pedagoginen sisältötieto yhdistää ainekohtaisen sisältötiedon ja yleisen pedagogisen tiedon opetustilanteessa ainesisällön opettamisen osaamiseksi (Shulman, 1987, s. 8; Shulman, 1986, s. 9). Käytännössä tämä tarkoittaa opettajan tietämystä oppiainekohtaisesti toimivimmista esitys- ja työskentelytavoista sekä esimerkeistä ja vertauksista, joita käydään läpi luokanopettajan opinnoissa ainedidaktiikan kautta. Pedagoginen sisältötieto on opettajan kykyä esittää oppisisällöt niin, että ne ovat oppilaille

ymmärrettävissä. Toimivien menetelmien lisäksi opettaja tuntee oppilaiden yleisimmät haasteiden paikat ja virheet. (Shulman, 1986, s. 9.) Ernest (1989, s. 17–18) tuo esiin pedagogisen osaamisen samoja sisältöjä. Pedagoginen sisältötieto on tiukasti yhteydessä käytännön työhön ja oppilaiden virheiden ja haasteiden tunteminen kehittyikin vasta opintojen jälkeen työskennellessä (Hashweh, 2005, s. 278).

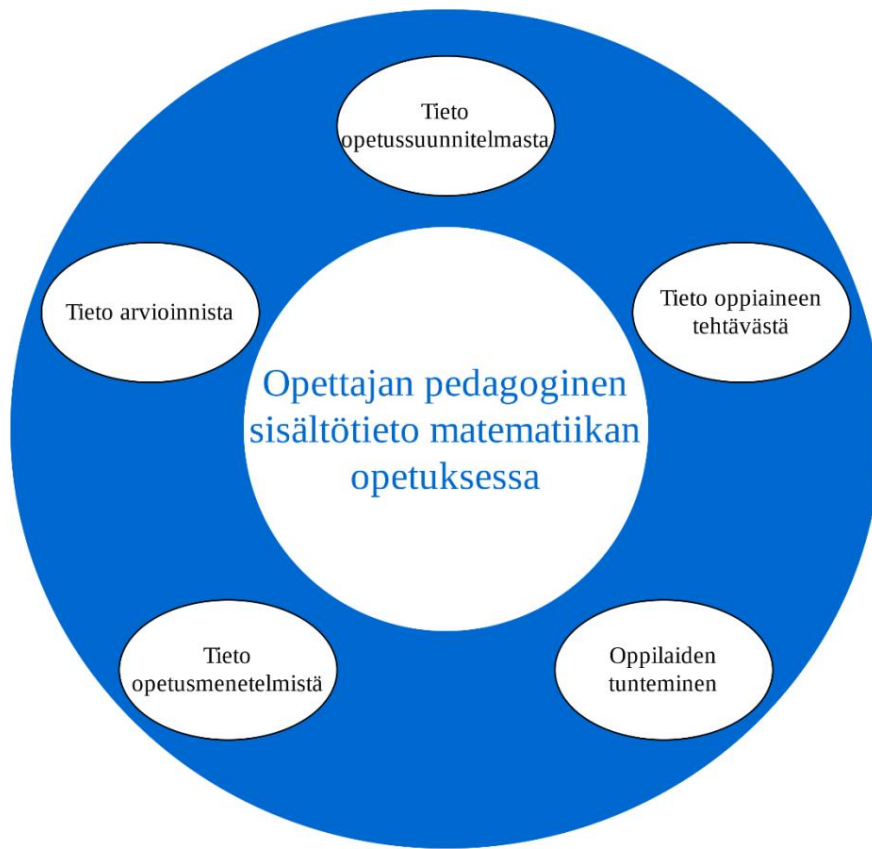
Opettajankoulutuksen valinnat – ennakoivaa tulevaisuustyötä -hankkeessa (OVET) muodostetussa Moniulotteisessa opettajan prosessimallissa (MAP) pedagoginen sisältötieto määritellään opettajan tiedoksi, kuinka opettaa tehokkaasti kunkin oppiaineen sisältöjä (Metsäpelto ym., 2020, s.14). Pedagoginen sisältötieto yhdistää ainekohtaisen sisältötiedon sekä yleisen pedagogisen tiedon ja siitä muodostuu opettajan ammatin yksi perustavista taidoista, eli kuinka opetat tietyn asian mahdollisimman tehokkaasti oppilaille, joten se on hyvin lähellä opettajan käytännön työtä (Metsäpelto ym., 2020, s. 14). Shulman (1986, s. 9) määrittelee pedagogisen sisältötiedon opettajan tiedon erityiseksi osa-alueeksi, jota ei muissa ammateissa tarvitse.

Suomalaisen perusopetuksen näkemys koulutuksen tehtävästä on kokonaisvaltainen ihmisen kehittäminen vuorovaikutuksen avulla, jossa opettajan akateeminen tieto ja oppiaineet ovat tämän kehittämisen välineitä (Deng, 2018, s. 156, 160). Kasvatuksellisen tehtävän lisäksi perusopetuksella on tiedolliset tavoitteet oppiaineittain, jonka myötä oppiaineiden sisällöt ovat kasvun välineitä mutta myös tavoitteita (Hihnala, 2005, s. 19). Pedagoginen sisältötieto pureutuu erityisesti oppiaineiden tiedollisten tavoitteiden osuuteen ja jättää kasvatuksellisen tavoitteen vähemmälle huomiolle. Pedagogisessa sisältötiedossa opetus nähdään ennemmin tiedon siirtämisenä ja oppilaiden tiedon syventämisenä, kuin kokonaisvaltaisen kasvamaan ohjaamisena (Deng, 2018, s. 156–157). Opetus käsitetään tässä tutkimuksessa toimintana luokassa ja sen ulkopuolella, joka tukee erityisesti oppilaiden sisältöjen oppimista (Ball ym. 2008, s. 390).

3.2.2 Pedagogisen sisältötiedon osa-alueet

Park ja Oliver (2008, s. 264) tiivistävät pedagogisen sisältötiedon olevan opettajan ymmärrystä ja toimintaa, miten auttaa tiettyä oppilasryhmää ymmärtämään tietty sisältö erilaisten opetusmenetelmien ja välineiden avulla oppimisympäristössä, johon vaikuttavat kulttuurinen ja sosiaalinen konteksti. Tässä kuvauksessa nousevat esiin lähes kaikki pedagogisen sisältötiedon

osa-alueet, joita ovat opetuksen tavoitteet ja tehtävät, oppilaiden tunteminen, tieto opetussuunnitelmasta, opetusmenetelmistä sekä arvioinnista (Park & Oliver, 2008, s. 264).



Kuvio 1. Opettajan pedagogisen sisältötiedon osa-alueet (mukaillen Magnusson ym. 1999; Park & Oliver, 2008; Shulman, 1986).

Kuviossa 1 esitetään osa-alueet, jotka muodostavat yhdessä opettajan pedagogisen sisältötiedon tässä tutkimuksessa. Parkin ja Oliverin (2008, s. 264) määrittelemä oppimisen sosiaalinen ja kulttuurinen konteksti jätetään tässä tutkimuksessa pedagogisen sisältötiedon ulkopuolelle, sillä vaikka loppuvaiheen luokanopettajaopiskelijoilla on tietoa yhteiskunnasta ja kulttuurisesta ympäristöstä, missä oppiminen tapahtuu, heillä on hyvin vähän kokemusta oppimisen pienemmistä konteksteista, eli kouluista ja luokista. Tieto opetussuunnitelmasta muodostaa perustan opettajan pedagogiselle sisältötiedolle, kun siihen yhdistyy opettajan omat arvot ja käsitykset, muodostuu opettajan henkilökohtainen käsitys oppiaineen tehtävästä. Oppilaiden tuntemuksen perusteella opettaja pystyy suunnittelemaan luokalle sopivia opetus- ja oppimismenetelmiä. Ennen opetuksen toteutusta opettajan tulee pohtia myös arvioinnin

toteuttamista, joka parhaimmillaan voi ohjata opetusta eri suuntaan jo oppimisprosessin aikana (Magnusson ym. 1999; Park & Oliver, 2008; Shulman, 1986).

3.2.2.1 Tieto opetussuunnitelmasta

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden tunteminen on jokaiselle suomalaiselle opettajalle välttämätöntä, jotta opetus vastaa valtakunnallisia vaatimuksia. Suomalaisella opettajalla on kuitenkin suuri autonomia pedagogisesti (Toom & Husu, 2012, s. 42). Shulman (1986, s. 10) pitää opettajan tietämystä opetussuunnitelmasta yhtenä opettajan tiedon osa-alueena, johon kuuluu oppiainekohtaisten oppimistavoitteiden ja pedagogisten vaatimusten tunteminen. Tässä tutkimuksessa tietoa opetussuunnitelmasta käsitellään yhtenä pedagogisen sisältötiedon osa-alueena, sillä se yhdistää opettajan työn vaatimuksissa sisällöllisen tiedon oppiaineiden tavoitteiden kautta pedagogiseen osaamiseen, jotka näkyvät erilaisina työskentely- ja arviointitapoina sekä toimintakulttuurina sekä oppimisen tukena (Magnusson ym., 1999, s. 102). Opettaja on opetussuunnitelman toteuttaja luokkahuoneessa ja toimeenpanija käytännössä, hän muuttaa opetussuunnitelman vaatimukset opetukseksi, jolla voidaan saavuttaa sen asettamat tavoitteet (Deng, 2018, s.159).

Shulman (1986, s. 10) määrittelee opetussuunnitelmätiedon jakautuvan lateraaliseen ja vertikaaliseen tietoon. Lateraalinen tieto tarkoittaa oppiaineen sisältöjen linkittymistä muihin oppiaineisiin tietyllä luokka-asteella (Shulman, 1986, s. 10). Tämä on korostunut erityisesti vuoden 2014 Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (s. 31–32) voimaantulon jälkeen, joka edellyttää oppiaineiden välistä integrointia sekä monialaisten oppimiskokonaisuuksien toteuttamista opetuksessa. Vertikaalinen tieto käsittää yhden oppiaineen sisältöjen linkittymisen toisiinsa koko perusopetuksen läpi (Shulman, 1986, s. 10). Vertikaalista tietoa voidaan pitää tietoisuutena matematiikan tiedon kumulatiivisuudesta, eli kuinka uusi tieto rakentuu vanhan, jo olemassa olevan päälle. Opettajat siis tietävät, mitkä ovat juuri tällä hetkellä opetettavan luokka-asteen tavoitteet matematiikan suhteen, mutta osaavat myös valmistella oppilaita saavuttamaan myös seuraavat tavoitteet.

3.2.2.2 Henkilökohtainen käsitys oppiaineen tehtävistä

Opettajan ymmärrys ja toiminta luokkahuoneessa pohjautuu Suomessa Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteisiin, joka antaa suuntaviivat toiminnalle sekä tavoitteet ja tehtävät oppiaineelle, joihin opettaja perustaa oman käsityksen oppiaineen merkityksestä (Shulman, 1987, s. 9). Opetus on aina kontekstisidonnaista ja riippuvaista yhteiskunnassa vallitsevista

arvoista. Opetuksen tavoitteet nousevat arvoista, mitä pidetään tärkeänä ja saavutettavana, joten arvot ohjaavat opetusta ja vaikuttavat sen myötä myös opettajan pedagogisen sisältötiedon muodostumiseen (Deng, 2018, s. 160; Depaepe ym., 2013, s. 157). Opettajan toteuttamaan opetukseen vaikuttaa myös henkilökohtaiset arvot ja kokemukset. Henkilökohtaisten arvojen ja opetussuunnitelman pohjalta opettaja muodostaa käsityksen, mitä pitää matematiikan opetuksen tehtävänä ja tavoitteena ja merkityksellisinä sisältöinä (Park & Oliver, 2008, s. 266). Opettajan henkilökohtaiset mieltymykset ja arvot vaikuttavat myös pedagogiseen sisältötietoon ja näkyvät opetuksen toteutuksessa (Pantić & Wubbels, 2010, s. 4). Esimerkiksi teknologiasta kiinnostunut opettaja tuo sitä hyvin todennäköisesti myös opetukseen ja positiiviseen pedagogiikkaan tutustunut opettaja voi käyttää aikaa enemmän kaveri- ja tunnetaitoihin.

3.2.2.3 Oppilaiden tunteminen

Parkin ja Oliverin (2008, s. 264) kuvauksessa nousee esiin oppilaiden tuntemus, kun puhutaan tietyn oppilasryhmän opettamisesta. Jokainen oppilas ja luokka ovat erilaisia, eikä samaa sisältöä voi opettaa kaikille samalla tavalla, opettajalta edellytetään siis oppilaiden ja ryhmän tuntemista, jotta oppiminen on mielekästä ja motivaatio pysyy yllä (Lerikkanen & Pakarinen, 2018). Saman tiedon osa-alueen tuo esiin myös Ball ja kumppanit (2008, s. 401), jotka yhdistävät oppilaiden motivoinnin erityisesti opetuksen suunnitteluun ja ennakointiin. Opettamisen edellytyksenä on myös oppilaiden valmiuksien tunteminen, eli mitä oppilaiden on mahdollista oppia ja millä tavalla oppiminen tapahtuisi tehokkaimmin (Magnusson ym., 199, s. 104). Oppilaiden tuntemus sisältää tiedon oppilaiden ennakkokäsityksistä ja -tiedoista, jota myös Krauss ja kollegat (2008, s. 717) käsittelevät tutkimuksessaan yhtenä perustavana osana pedagogista sisältötietoa. Ennakkokäsitykset ja -tiedot voivat olla yksi haasteiden aiheuttaja, ja opettajalla tulisi olla keinot selvittää ne, mutta myös taito muuttaa niitä (Magnusson ym., 1999, s. 105).

Oppilaisiin liittyvä tieto on paljon muutakin kuin ennakkokäsitysten ja -tietojen huomioiminen opetuksessa. Shulmanin (1986, s. 9) määrittelemä oppilaiden mahdollisten haasteiden ja tyyppillisten virheiden tunteminen kuuluu myös tähän osa-alueeseen. Haasteita ja virheitä voi syntyä, jos sisältö on hyvin abstrakti ja irrallinen oppilaiden kokemusmaailmasta tai lähestymistapa uuteen asiaan eroaa totutusta, esimerkiksi ongelmanratkaisu (Magnusson ym., 1999, s. 104).

Opettajan tulee olla tietoinen oppilaiden mielenkiinnonkohteista, jotta voi sitoa opetusta käytäntöön ja tämän kautta motivoida oppilaita (Ball ym., 2008, s. 401; Krauss ym., 2008, s.

717; Park & Oliver, 2008, s. 264). Motivaation ylläpitäminen on yksi opettajan suurista haasteista ja sisältöjen mielekkyyden lisääminen tuomalla ne lähelle oppilaiden omaa kokemusmaailmaa lisää motivaatiota (Juuti & Lavonen, 2018). Oppilaille sopivien oppimis- ja työskentelytapojen tunteminen voi helpottaa myös motivointia. Opettajan tulisi osata arvioida, minkälaiset työskentelytavat tukisivat oppilaan oppimista ja tarvittaessa vaihdella monipuolisten työskentelytapojen välillä. (Park & Oliver, 2008, s. 264.) Tämä tieto edellyttää myös erilaisten opetus- ja työskentelytapojen tuntemista.

3.2.2.4 Tieto opetusmenetelmistä

Tieto opetusmenetelmistä määritellään useissa tutkimuksissa pedagogisen sisältötiedon pohjaksi oppilaantuntemuksen lisäksi (Ball ym, 2008, s. 401; Kind & Chan, 2019, s. 965; Park & Oliver, 2008, s. 264). Tämä osa-alue sisältää juuri opettajan sisällönhallinnan ja yleisen pedagogisen tiedon yhdistämisen (Shulman, 1986, s. 9). Krauss ym. (2008, s. 717) myös korostavat sopivien opetusmenetelmien tuntemisen ja valitsemisen merkitystä opettajan osaamisessa. Opetusmenetelmien tunteminen sisältää tiedon opetuksessa käytettävistä materiaaleista ja välineistä.

Magnusson ja kumppanit (1999, s. 109–110) jakavat tiedon opetusmenetelmistä aine- ja sisältökohtaisiin strategioihin. Ainekohtaiset strategiat ovat yleisiä lähestymistapoja, joita voi hyödyntää mahdollisesti useammassa oppiaineessa. Esimerkiksi Kansasen (2009, s. 32) esittämä luonnontieteellisten aineiden didaktiikka, jossa luonteeltaan samankaltaisissa oppiaineissa voi käyttää yhteisiä opetusmenetelmiä. Magnussonin ja kumppaneiden (1999, s. 109–110) mukaan ainekohtaiset strategiat eivät vaadi opettajalta välttämättä kovin syvällistä aineenhallintaa, toisin kuin sisältökohtaiset strategiat, joka sisältää uusien käsitteiden esittämisen. Sisältökohtaisiin strategioihin kuuluu erilaisten esitys- ja toimintatapojen tunteminen ja kehittäminen. Erilaisten strategioiden tunteminen ei ole kuitenkaan riittävää, sillä opettajan tulee myös tunnistaa, milloin ja missä tilanteessa niiden käyttö on tarkoituksenmukaista. Esitystavat sisältävät erilaiset sisältöjä havainnollistavat kuvat, mallit, vertaukset ja esimerkit, joiden avulla havainnollistetaan sisältöjä oppilaille. Erilaiset toimintatavat voivat olla opettajan ja oppilaiden toimintaa. Tähän kuuluu esimerkiksi ongelmanratkaisutehtävät, demonstraatiot, kokeet ja tutkimukset. Toimintatavat voivat sisältää erilaisten välineiden ja teknologian hyödyntämistä. Sisältökohtaiset strategiat on yleisemmin pedagogisena sisältötietona käsitettyä osaamista, kun taas ainekohtaiset strategiat lähestyvät yleistä pedagogista tietoa (Magnusson ym., 1999, s.109–110).

Ball ja kumppanit (2008, s. 402) määrittelevät oppimateriaalien tuntemisen yhdeksi opettajan pedagogisen tiedon alueeksi, jonka voi laskea osaksi tietoa opetusmenetelmistä. Suomessa perusopetuksen matematiikan oppikirjat pohjautuvat Opetussuunnitelman perusteisiin, mutta niiden sisältöjä ei tarkista mikään virallinen taho (Perkkilä ym., 2018, s. 345). Oppikirjat tukevat opettajan sekä oppilaan proseduraalista sujuvuutta, mutta käsitteiden väliset yhteydet jäävät usein hatariksi ja opettajan vastuulle jää niiden selvittäminen (Joutsenlahti & Perkkilä, 2021, s. 62). Oppikirjojen lisäksi matematiikkaan on käytettävissä paljon erilaisia konkreettisia välineitä murtokakuista ja kymmenjärjestelmäpalikoista lähtien. Konkreettisten välineiden lisäksi teknologian hyödyntäminen on nostettu Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014, s. 29) yhdeksi työskentelytavaksi, jota tulee hyödyntää opetuksessa. Opettajalta vaaditaan siis laajaa tietämystä erilaisista matematiikan opetusta tukevista materiaaleista.

3.2.2.5 Tieto arvioinnista

Arviointi lasketaan useissa tutkimuksissa yhdeksi pedagogisen sisältötiedon osa-alueeksi (Depaepe ym., 2013, s. 22; Kind & Chan, 2019, s. 967). Oppilaiden arvioinnin kautta nähdään, onko asetetut tavoitteet saavutettu ja jos ei ole, niin voidaan pohtia, mitä tulisi muuttaa, jotta niihin päästäisiin. Arviointi on siis myös opettajan työn ohjaaja (Jyrhämä ym., 2016). Arviointi osana pedagogista sisältötietoa käsittää opettajan tiedon mitä tulee arvioida ja miten arviointi tapahtuu (Magnusson ym., 1999, s. 107–108; Park & Oliver, 2008, s. 264). Magnussonin ja kollegoiden (1999, s. 107–108) mukaan opettajan tulee osata poimia sisällöistä arvioinnin kannalta merkittävät asiat. Matematiikassa opettajan tulee pohtia, mikä on proseduraalisen ja käsitteellisen osaamisen suhde ja millä tavoin näitä osa-alueita arvioidaan. Tämän lisäksi on tunnettava erilaisia arviointimenetelmiä, yleisesti matematiikassa on käytetty perinteisiä kokeita arvioinnissa, mutta olisiko mahdollisuus käyttää muita tapoja (Magnusson ym., 1999, s. 107–108).

Vaikka pedagogista sisältötietoa ja ainekohtaista sisältötietoa käsitellään erillisinä, ne ovat tiiviisti yhteydessä toisiinsa. Tutkimuksissa on myös todettu näiden kahden tiedon osa-alueen yhteys (Kind & Chan, 2019, s. 2). Jos opettaja ei hallitse matematiikan sisältöjä ja hänellä on puutteita esimerkiksi käsitteellisessä ymmärtämisessä, myös pedagoginen sisältötieto on heikompaa ja oppilaiden oppiminen voi jäädä pinnalliseksi ulkoa opetteluksi. Matemaattisten ilmiöiden hyvä ja perusteellinen ymmärrys mahdollistaa laajan valikoiman myös selittää sisältöjä oppilaille (Krauss ym., 2008). Hyvä ja syvä sisällöjen hallinta ei kuitenkaan ole tae monipuolisille ja toimiville esitystavoille (Magnusson ym., 1999, s. 111–112).

3.3 Sisältötieto matematiikan opettamisessa

Shulmanin (1986, s. 6) teorian lähtökohtana on kysymys, miten opettajan sisältötieto muuttuu opetettavaksi sisällöksi. Jokaisella opettajalla on tietoa ja osaamista matematiikan sisältöjen suhteen, mutta miten oma osaaminen saadaan muutettua opetettavaan muotoon ja opetuksiksi. Suomalaisessa luokanopettajankoulutuksessa painotetaan vahvasti didaktiikkaan ja luokanopettajat ovat ensisijaisesti kasvatuksen ja opetuksen asiantuntijoita, toisin kuin aineenopettajat yläkoulussa ja toisella asteella, jotka ovat ensisijaisesti oman oppiaineen asiantuntijoita (Krzywacki & Portaankorva-Koivisto, 2018, s. 281–282). Shulmanin (1986, s. 8) mukaan puhdas sisältötieto opetuksessa on turhaa, mikä voi olla aineenopettajien haasteena, mutta yhtä lailla pedagoginen osaaminen ilman sisältöä on turhaa, joka saattaa olla erityisesti luokanopettajalle itselle haastavissa sisällöissä ongelma.

Shulman (1986, s. 9) määrittelee sisältötiedon opetettavan oppiaineen sisältöjen hallinnaksi, eli kuinka paljon ja millä tavoin rakentunutta tietoa opettaja hallitsee. Sisältötieto koostuu oleellisten rakenteiden ymmärtämisestä eli käsitteiden, faktojen ja rakenteiden välisistä yhteyksistä (Shulman, 1986, s. 9). Alakoulun matematiikassa tämä tarkoittaa esimerkiksi eri laskutoimitusten välisiä suhteita ja lukujen rakennetta (POPS, 2014, s. 128). Syntaktisten rakenteiden hallinta tarkoittaa todenmukaisuuden arviointia sisältöjen suhteen, eli mikä on mahdollista ja mikä ei (Shulman, 1986, s.9). Alakoulun matematiikan osalta tämä voi tarkoittaa esimerkiksi tulosten mahdollisuutta laskutoimituksessa tai mittaustulosten todenmukaisuuden arviointia (POPS, 2014, s. 236).

3.3.1 Tieto matematiikasta ja sen sisällöistä

Ball ja kumppanit (2008, s. 399) tarkastelevat Shulmanin (1986) sisältötiedon käsitettä ja sen määrittelyä. He jakavat omassa tutkimuksessaan opettajan matemaattisen tiedon osa-alueisiin, joista ensimmäinen on Shulmanin (1986) sisältötietoon pohjautuva yleinen sisältötieto. Yleinen sisältötieto sisältää faktojen hallinnan tarkennuksena laskutoimitusten oikein suorittamisen ja se sisältää matemaattiset tiedot ja taidot, joita tarvitaan myös opetuksen ulkopuolisissa konteksteissa. Tähän osa-alueeseen kuuluu opettajan oma laskutaito, eli proseduurien sujuva suorittaminen ja proseduurien esittäminen täsmällisesti merkintöjen, symbolien ja käsitteiden avulla (Ball ym., 2008, s. 399).

Carillo ja kollegat (2013) käsittelevät matematiikan opettamisessa vaadittavaa sisällöllistä tietoa ja jakavat sen kolmeen osaan, jotka pyrkivät kattamaan koko matematiikan alan osaamisen opettamista varten. Osa-alueet keskittyvät puhtaasti matematiikan sisältöjen hallintaan ja käsittelevät matematiikan opettamisen pedagogisia vaatimuksia erikseen (Carillo ym., 2013), toisin kuin Ball ym. (2008), jotka yhdistävät pedagogista osaamista ja sisällönhallintaa spesiaalin sisältötiedon käsitteen alle. Carillon ja kumppaneiden (2013, s. 2988) ensimmäinen matematiikan sisällönhallinnan alue on tieto sisällöistä ja aiheista, eli hyvin perustavanlaatuinen osaaminen ja tieto matematiikan sisältöjen käsitteistä ja proseduureista.

Carillon ja kollegoiden (2013, s. 2989) toinen matemaattisen sisältötiedon osa-alue käsittää tiedon matematiikan rakenteista, joka vastaa myös Shulmanin (1986) määritelmää sisältötiedosta sekä sisältyy Ballin (1991) matemaattiseen tietoon. Tieto matematiikan rakenteista sisältää horisontaalisen tiedon, johon paneudutaan myöhemmässä luvussa. Opettajan tulee tunkea tieteenalan eli matematiikan rakenteita syvällisemmin kuin vain opetettava sisältö. Tähän tiedon osa-alueeseen kuuluu sisältöjen ominaisuuksien ja erityisesti niiden välisten suhteiden tunteminen (Carillo ym., 2013, s. 2989).

Ball (1991, s. 9) käsittelee sisältötiedon jakoa opettajan matemaattisesta ymmärryksestä matemaattisena tietona sekä tietona matematiikasta. Matemaattinen tieto on koulussa opetettavan matematiikan sisältöjen hallintaa ja ymmärrystä, johon kuuluu niin konseptuaalinen ja proseduraalinen tieto. Matemaattisen tiedon konseptuaalisella osalla tarkoitetaan käsitteiden ymmärtämistä ja proseduraalisella laskutaitoa sekä algoritmien ja sääntöjen hallintaa. Tämän lisäksi matemaattiseen tietoon kuuluu eri käsitteiden ja proseduurien väliset yhteydet, eli matematiikan kumulatiivisuuden hahmottaminen. (Ball, 1991, s. 9). Tämä siis vastaa Carillon ja kumppaneiden (2013) määrittelemää tietoa matematiikan sisällöistä ja rakenteista.

Tieto matematiikasta sen sijaan tarkoittaa tiedon luonteen ymmärtämistä matematiikasta, joka merkitsee eri sisältöjen käsitteellisen ja proseduraalisen luonteen ymmärtämistä ja niiden yhteyttä toisiinsa. Tiedon myötä opettaja pystyy ymmärtämään, miten matemaattinen tieto muotoutuu ja vakiintuu (Ball, 1991, 9; Pietilä, 2002, s. 32). Carillon ja kumppaneiden (2013, s. 2990) kolmas sisältötiedon osa-alue laajentaa Ballin (1991) ja Pietilän (2002) näkemystä tiedosta matematiikasta ja lisää siihen matematiikan käytänteiden tuntemisen matematiikan tiedon luonteen ymmärtämisen lisäksi. Käytänteiden ja menetelmien tuntemisella tarkoitetaan tietoa, miten matemaattisia sisältöjä määritellään, tuotetaan ja perustellaan.

Ball ja kollegat (2008, s. 403) määrittelevät sisältötietoon opettamista varten kuuluvan myös horisontaalisen sisältötiedon, joka sisältää samoja piirteitä kuin pedagogiseen sisältötietoon lukeutuva opetussuunnitelmatieto (Shulman, 1986, s. 10). Horisontaalinen sisältötieto sisältää tiedon matematiikan sisältöjen rakentumisesta opetuksessa, eli mitä sisältöjä käsitellään milläkin luokka-asteella ja kuinka syvälle niihin paneudutaan (Ball ym., 2008, s. 403). Horisontaalinen sisältötieto viittaa matemaattisen tiedon kumulatiivisen rakenteen tiedostamiseen. Opettaja pystyy sen avulla suunnittelemaan opetustaan ja asettamaan tavoitteet oppilaille niin, että myöhemmin tiedon syventäminen aiheesta on mahdollista, eli tässä kohtaa sisältötieto ja pedagoginen sisältötieto yhdistyvät.

Jakobsen ja kollegat (2013) tarkentavat horisontaalisen tiedon käsitettä ja tekevät selkeän eron sen sekä opetussuunnitelmatiedon että Ballin ja kollegoiden (2008) määrittelemän spesiaalin sisältötiedon välille. Horisontaalinen sisältötieto ei liity suoraan opetettaviin sisältöihin, vaan kattaa ennemminkin laajan ymmärryksen matematiikan kentästä ja sisällöistä. Se ei myöskään rajoitu vain opetussuunnitelmassa esitettyihin menneisiin, nykyisiin tai tuleviin sisältöihin, vaan opettajan tulisi nähdä myös koulumatematiikan vaatimusten ulkopuolelle. Tietoon kuuluu käsitys siitä, miten koulumatematiikan sisältöjä käsitellään tieteellisesti matematiikassa (Jakobsen ym., 2013, s. 3127–3128).

3.3.3 Spesiaali matemaattinen sisältötieto

Kolmantena matemaattisen tiedon osa-alueena on spesiaali sisältötieto, jonka hallintaa tarvitaan vain opetuksessa (Ball ym., 2008, s. 400). Esimerkiksi Shulmanin (1986, s. 9) esittämät sisältötiedon hallintaan kuuluva tiedon merkityksellisuuden selittämisestä kuuluu Ballin ja kollegoiden (2008, s. 400) mukaan spesiaaliin sisältötietoon, sillä muissa konteksteissa ei tarvitse osata selittää tiedon merkityksellisyyttä. Opettajan erityinen matemaattinen sisältötieto näkyy käytännön työssä varsinkin oppilaiden virheiden taustalla olevan ajattelutavan tunnistamisessa ja analysoimisessa (Ball ym., 2008, s. 400). Shulmanin (1986, s. 9) mukaan opettajan tulee myös pystyä selittämään, miksi opeteltavat asiat ovat merkityksellisiä ja ne tulee tietää. Tämä tieto määritellään Ballin ja kumppaneiden (2008, s. 400) mukaan spesiaaliin sisältötietoon, sillä tieto on tarpeellista lähinnä opetuskontekstissa. Samoin opettajan kyky selittää, miksi jokin sisältö on juuri sellainen kuin se on, voidaan lukea myös spesiaaliin sisältötietoon, kun taas pelkkä tietämys ja ymmärrys asiasta on puhtaasti ainekohtaista yleistä sisältötietoa (Ball ym., 2008, s. 400; Shulman, 1986, s. 9).

Carillon ja kumppaneiden (2013, s. 2986) mukaan matemaattisiin tehtäviin on usein yksi ratkaisu, mutta ratkaisuun voi päästä montaa kautta ja opettajan tulee pystyä analysoimaan oppilaiden ajattelua, onko jokin tietty menetelmä toimiva yleisesti vai onko sen avulla saatu sattumalta ratkaistua tämä tehtävä oikein. Yleisen ja spesiaalisen sisältötiedon erottaminen ja niiden välille rajan vetäminen on kuitenkin haastavaa, sillä määrittely eri tiedon tyypeistä on ongelmallista. Tulisi pystyä siis arvioimaan, mikä on jokaisen koulutetun ihmisen hallitsemaa tietoa ja mikä vain opettajille tyypillistä tietoa (Carillo ym., 2013, s. 2986).

Tämän lisäksi erityisen sisältötiedon kautta opettaja pystyy käyttämään täsmällistä matemaattista kieltä ja erottamaan arkikielen matemaattisista käsitteistä, valitsemaan tehokkaita opetusmenetelmiä ja selittämään matemaattisten algoritmien logiikkaa (Ball ym., 2008, s. 400). Matemaattiseen kieleen kuuluu niin luonnollinen kieli, jota käytämme arjessa, mutta myös matemaattiset formaalit ilmaisut sekä merkinnät ja symbolit, joiden avulla käsitteitä voidaan esittää (Joutsenlahti & Tossavainen, 2018, s. 413; Tossavainen, 2005, s. 33). Opettajan tulee hallita käsitteiden sisältö, sekä niiden esittäminen matematiikan kielen keinoin, kuten symbolein, piirroksin, puheen tai kirjoitetun kielen avulla (Joutsenlahti, 2003, s. 196).

Ballin ja kumppaneiden mukaan (2008, s. 400–401) opettajan yleinen sisältötieto, kuten faktat ja laskutoimitusten vaatimat proseduurit ovat koko ajan purettuna auki, jotta he pystyvät perustelemaan oppilaille esimerkiksi käsitteiden merkityksiä ja laskutoimitusten algoritmeja. Opetuskontekstin ulkopuolella matemaattista tietoa ei yleensä tarvitse osata perustella ja selittää, joten se on pakattuna ja automatisoitunutta tietoa, eikä käsitteiden perusteluja ajattele tietoisesti joka kerta käsitteen tullessa vastaan, vaikka ne tuntisikin. Erityinen sisältötieto ei kuitenkaan ole sama asia kuin matemaattinen käsitteellinen tieto, sillä erityisen sisältötiedon osaaminen ei ole oppilaiden tavoite, toisin kuin käsitteellisen ymmärryksen saavuttaminen (Ball ym., 2008, s. 400–401). Matemaattisen ymmärryksen alueet nähdään tässä tutkimuksessa osana yleistä matemaattista sisältötietoa, sillä vaikka tieto matematiikasta on syvempää kuin matemaattinen tieto, se ei kuitenkaan ole näkyvillä vain opetuskontekstissa.

3.4 Matemaattisen tiedon rakentuminen

Matemaattinen sisältötieto sisältää ymmärryksen matemaattisen tiedon rakentumisesta, eli Pietilän (2002) määrittelemää tietoa matematiikasta. Hiebert ja Lefevre (1986, s. 3–6) jakavat matemaattisen tiedon käsitteelliseen ja proseduraaliseen tietoon. He määrittelevät käsitteellisen eli konseptuaalisen tiedon käsittävän ymmärryksen matemaattisista sisällöistä ja

proseduraalisen tiedon taitona suorittaa matemaattisia prosedureja, eli käytännössä laskutaidoksi. Sfard (1991, s. 4) hyödyntää samaa jakoa ja määrittelee tiedon osa-alueet toisiaan täydentäviksi, mutta ontologioiltaan perustavanlaatuisesti eroaviksi.

3.4.1 Matemaattisen käsitteen muodostuminen

Sfard (1991, s. 3) tarkentaa käsitteellistä tietoa ja matemaattisen käsitteen määritelmää viralliseksi matemaattiseksi määritelmäksi, joka on rakenteeltaan pysyvä. Matemaattiset käsitteet ovat aina jollain tavalla yhteydessä toisiinsa ja muodostavat tietoverkkoja matemaattisen tiedon kumulatiivisen luonteen takia (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 4; Sfard, 1991, s. 4). Proseduraalinen tieto on sen sijaan dynaamista ja yksityiskohtaista, kun käsitteellinen tieto kuvaa sisältöjä yleisesti pysyvillä määritelmillä (Sfard, 1991, s. 4). Proseduraalinen tieto sisältää algoritmit, prosesseja ja sääntöjä, joilla voidaan käsitellä eri matemaattisia sisältöjä (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 6; Sfard, 1991, s. 4). Hiebertin ja Lefevren (1986, s. 6) mukaan proseduraalinen tieto koostuu kahdesta osasta, joista ensimmäinen sisältää symbolijärjestelmän, jonka avulla esitetään matematiikan sisältöjä ja toinen osa sisältää säännöt ja algoritmit, joiden avulla sisältöjä käsitellään.

Matemaattiset käsitteet ovat oppimisen kohteita sekä ajattelun kehityksen välineitä ja niiden avulla voidaan tutkia matematiikan tiedon luonnetta ja matemaattista ajattelua (Silfverberg, 1999, s. 25). Niiden avulla pystytään kommunikoimaan ja esittämään matemaattisia ajatuksia täsmällisesti ja yksiselitteisesti, sillä käsitteet eivät ole monitulkintaisia (Leinonen, 2018, s. 20). Käsitteet muodostuvat matematiikan tiedon duaalisuuden mukaan, sillä usein niillä on hyvin operationaalinen luonne, mutta käsitteiden käyttäminen vaatii niiden tulkintaa abstrakteina objekteina, jotta käsitteitä voidaan käyttää ilman viittausta prosesseihin joka kerta (Repo, 1997, s. 318).

Käsitteiden esittäminen ja käyttäminen vaatii matemaattisten symboleiden tuntemista ja käyttämistä niiden abstraktiuden takia (Sfard, 1991, s. 3). Symboleiden merkityksen muodostaminen vahvistaa sisällön ymmärtämisen proseduraalista sekä käsitteellistä puolta, sillä ne tarjoavat työkalut käsitteiden esittämiseen, mutta symbolien tarkoituksenmukainen käyttö vaatii ymmärrystä, miten symboli ja käsite ovat yhteydessä toisiinsa (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 10, 15). Sfard (1991, s. 3) lisää käsitteen pariin käsityksen, joka on yksilön oma ymmärrys matematiikan käsitteistä ja niiden muodostamasta kokonaisuudesta.

3.4.2 Proseduraalisen ja käsitteellisen tiedon yhteys

Proseduraalista ja käsitteellistä tietoa ei voi erottaa täysin toisistaan, sillä niiden muodostuminen on riippuvaisia toisistaan (Sfard, 1991, s. 9). Matemaattiset sisällöt muodostuvat aina näiden kahden vastakkaisen, mutta toisiaan täydentävän tiedon kokonaisuudeksi (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 5). Matemaattisten käsitteiden hallinta vaatii aina sekä proseduraalista osaamista sekä käsitteellistä ymmärrystä. Tämä tarkoittaa tarkoituksenmukaisten symbolien käyttöä ja laskutoimitusten suorittamista, mutta myös kykyä käsitellä sisältöjä abstrakteina kokonaisuuksina (Sfard, 1991, s. 9). Tiedon eri alueiden yhteys edistää molempien kehittymistä. Proseduurien mieleen palauttaminen ja käyttäminen helpottuu, kun yhteys käsitteeseen on ymmärretty, mutta proseduurit voivat käynnistää myös uuden käsitteen kehittämisprosessin.

Proseduurien tarkoituksenmukaisuus on helpommin huomattavissa, kun sen yhteys käsitteeseen on hallussa. (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 10, 16.) Esimerkiksi kahden murtoluvun laventaminen samannimisiksi voidaan ajatella vain kertolaskuna, jossa niiden nimittäjillä lavennetaan toisiaan, mutta jos murtoluvun käsite on hallinnassa, myös laventaminen proseduurina tuntuu loogisemmalta. Hiebertin ja Lefevren (1986, s. 15) mukaan proseduraalisen ja käsitteellisen tiedon yhteyksien yksi merkittävimmistä hyödyistä on ongelmanratkaisun mahdollistuminen, sillä pelkän käsitteellisen ymmärryksen avulla ei usein pystytä ratkaisemaan ongelmaa, vaikka tiedettäisiin, mistä ilmiöstä on kyse. Proseduraalinen tieto tarjoaa välineet ja keinot ratkaista ongelma, joka on osattu analysoida käsitteellisen tiedon avulla (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 15).

Opettajan on tunnettava ja ymmärrettävä matemaattisen tiedon rakentumista, jotta voi opettaa sisältöjä niin käsitteellisen kuin proseduraalisen tiedon osalta. Tämän lisäksi matematiikan kumulatiivisen luonteen tiedostaminen on merkittävää, jotta oppilaalla on mahdollisuus kehittää ymmärrystään sisällöistä (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 17). Myös Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014, s. 234) edellytetään systemaattista etenemistä kumulatiivisuuteen vedoten. Kumulatiivisuuden avulla voidaan huomioida eri sisältöjen välisten yhteyksien merkitys niin proseduurien osaamisen kuin käsitteellisen ymmärryksen saavuttamisen osalta (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 8).

3.5 Opettajan tiedon kehittyminen koulutuksessa

Opettajan ammattia pidetään Suomessa edelleen kutsumusammattina, johon yksilö tuntee vetoa "itsestään". Usein saatetaan myös ajatella opettamisen ja opettajuuden olevan luontainen ominaisuus opettajiksi hakeutuvilla, mutta pohjimmiltaan myös opettajan ammatti on opittu ammatti (Shulman, 1987, s. 9). Laineen ja Hannulan (2010, s. 199) mukaan luokanopettajakoulutuksen tehtävänä on antaa riittävät valmiudet pedagogiseen osaamiseen sekä aineenhallintaan. Pedagogisen osaamisen ja aineenhallinnan määrää ja vaatimuksia ei määritellä missään ja jokainen opettajankoulutuslaitos saa määritellä oman opetussuunnitelman tiettyjen rajojen sisällä, joten painotukset pedagogisen tiedon ja aineenhallinnan välillä voi vaihdella eri yliopistojen välillä (Laine & Hannula, 2010, s. 199).

Opettajan tiedon ja osaamisen kehittymisen merkittävin väylä ennen työelämään siirtymistä on formaali koulutus, joka tarkoittaa Suomessa luokanopettajien kohdalla akateemista yliopistokoulutusta (Husu & Toom, 2016, s. 16). Opettajankoulutuksessa alkaa opettajan osaamisen kehittyminen, joka vahvistuu ja kehittyy koko opettajan työuran ajan, toisaalta osa tiedosta, erityisesti oppiaineiden sisältöjen hallinta, on kehittynyt jo opettajan omana kouluaikana ennen luokanopettajakoulutusta (Metsäpelto ym., 2020, s. 3). Toomin (2017, s. 806) mukaan lähtökohtana koulutukselle tulee olla opettajan taitojen ja tietojen opettelu, vaikka ne eivät voi kehittyä täyteen mittaansa koulutuksen aikana. Tavoitteena onkin hankkia tietopohja, jonka avulla työelämään siirtyminen on mahdollista (Toom, 2017, s. 806).

Koulutus tarjoaa tieteeseen ja tutkimukseen pohjautuvaa tietoa opettamiseen ja oppimiseen liittyvistä tekijöistä sekä jonkin verran substanssiosaamiseen liittyvää opetusta (Sahlberg, 2010, s. 2; Shulman, 1987, s. 10). Empiirisen tutkimuksen merkitys opettajankoulutuksen pohjana on merkittävä, mutta yhteistä näkemystä opettajan osaamisen osa-alueista ei ole saavutettu tutkimuksissa (Toom, 2017, s. 813). Husun ja Toomin (2017, s. 337) mukaan opettajalla tulee olla valmius suunnitella systemaattisia kokonaisuuksia opetussuunnitelman pohjalta, valmistella monipuolisia opetus- ja oppimistilanteita ja kohdata oppilaita. Luokanopettajakoulutuksen tavoitteena on tarjota tiedot, taidot ja asenteet vastaamaan näitä opetustyön eri puolien vaatimuksia kasvatustieteellisen teoreettisen lähestymisen kautta (Husu & Toom, 2017, s. 337). Koulutuksen oletuksena on kuitenkin ollut teoreettisen aineksen ymmärryksen muuttuvan opettajan osaamiseksi käytännön työssä ja koulutus saattaa olla välillä hyvin irrallista käytännöstä (Pantić & Wubbels, 2010, s. 109).

Pietilän (2002, s. 26) mukaan opettajan matematiikan opettamiseen liittyvien taitojen ja tietojen kehittymiseen vaikuttaa aiemmin kehittynyt matematiikkakuva. Aiemmat kokemukset vaikuttavat, miten opiskelija kykenee ottamaan vastaan uutta tietoa ja millä tavoin hän näkee itsensä matematiikan opettajana. Matematiikkakuva kehittyy matematiikkaan liittyvien kokemusten kautta, eli affektiivien, kognitioiden ja motivaation vuorovaikutuksessa. Matematiikan opiskelu, matematiikkakuva ja itsetunto sekä -luottamus ovat yhteydessä toisiinsa; matematiikkakuva ohjaa osaltaan matematiikan opiskelua, josta syntyvät kokemukset heijastuvat itsetuntoon (Pietilä, 2002, s. 19, 26).

3.5.1 Matemaattisen sisältötiedon kehittyminen

Luokanopettajaopintoja aloittavien opiskelijoiden matematiikkakuvat ovat hyvin vaihtelevia (Pietilä, 2002, s. 128), mutta myös varsinaisissa matemaattisissa taidoissa on suuria eroja (Tossavainen & Leppäaho, 2018, s. 296). Aikaisemmassa opiskelijavalintajärjestelmässä lukiossa suoritettulla matematiikalla ei ollut vaikutusta koulutukseen pääsyssä, mutta opettajankoulutuslaitokset pystyivät soveltuvuuskokeissa pitämään matematiikkaan painottuvan osuuden niin halutessaan (Leppäaho ym., 2012, s. 106). Uudistuneessa opiskelijavalintajärjestelmässä soveltuvuuskokeisiin voi päästä suorittamatta kirjallista VAKAVA-koetta, joka aikaisemmin oli kaikille hakijoille pakollinen vaihe haussa (Helsinki, 2021). Nykyinen todistusvalinta antaa eniten arvoa lukion pitkän matematiikan ylioppilaskirjoituksista, joten välillisesti matematiikka huomioidaan nykyisessä opiskelijavalinnassa, mutta opiskelupaikan voi saada, vaikka ei olisi kirjoittanut matematiikkaa ylioppilaskirjoituksissa (Opintopolku, 2021). Hihnalan ja Leppäahon (2010, s. 75–76) tutkimuksessa huomattiin pitkän matematiikan kirjoittaneiden aloittavien luokanopettajaopiskelijoiden pärjäävän paremmin alakoulun matematiikan tehtävien ratkaisemisessa kuin lyhyen matematiikan kirjoittaneet tai matematiikan kirjoittamatta jättäneet. Jos luokanopettajakoulutukseen valikoituu tulevaisuudessa todistusvalintojen avulla enemmän pitkän matematiikan kirjoittaneita opiskelijoita, myös tulevien opettajien matemaattinen osaaminen voi kasvaa, mutta tästä aiheesta ei ole vielä tutkimusta.

Opettajankoulutuksen matematiikan opintojen haasteena voi olla sisällöt, jotka nykyään kuuluvat perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa määriteltäisiin sisältöihin, mutta tuleva opettaja ei itse ole opiskellut niitä omalla koulupolullaan (Hihnala, 2011, s. 87). Tällä hetkellä tällainen sisältö on voimakkaasti esillä oleva koodaus ja ohjelmointi, joka on

mainittuna nyt ensimmäistä kertaa sisältöjen osana vuoden 2014 Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa. Näihin sisältöihin koulutuksessa on pakko paneutua syvemmin, mutta usein opetettaviin sisältöihin syventyminen jää omalle vastuulle ennen sen opettamista oppilaille (Hihnala, 2011, s. 86).

Luokanopettajakoulutuksen tavoitteet matematiikan opettamisen kannalta ovat perusteellisen ja tarkan matemaattisen tiedon saavuttaminen sekä pedagogisen sisältötiedon hallinta, jolle pyritään antamaan pohja, jotta se pääsee kehittymään käytännön työssä (Laine & Hannula, 2010, s. 202). Aineenhallinnan pohjana pidetään luokanopettajakoulutuksessa opiskelijan peruskoulussa ja lukiossa omaksumaa hallintaa matematiikan sisällöistä. Luokanopettajaopinnot painottuvat ainedidaktiikkaan, eli miten opettaa tiettyjä oppiaineita ja tulevan opettajan omalle vastuulle jää riittävän sisällöllisen osaamisen saavuttaminen. (Rantala, 2012, s. 103.) Matematiikan osalta sisällöllistä osaamista voi syventää matematiikan sivuaineopinnoissa, mutta opiskelijat eivät koe sitä mielekkäänä työn kannalta (Laine & Hannula, 2010, s. 201).

3.5.2 Pedagogisen osaamisen kehittyminen

Laineen ja Hannulan (2010, s. 198) mukaan luokanopettajakoulutuksen haasteena on matematiikkakuvan muuttaminen, sillä joillakin opiskelijoilla voi olla hyvin kapea käsitys matematiikasta tai matematiikan opettaminen voi olla jopa pelottavaa omien kokemusten takia. Toisaalta myös opiskelijoiden heikot matemaattiset taidot tuovat haasteen koulutukseen, jonka aikana ei ole mahdollista paneutua syvällisesti sisältöjen hallintaan. (Laine & Hannula, 2010, s. 198). Hihnalan ja Leppäahon (2010, s. 73) mukaan matematiikan opintojen tehtävä olisi siis muuttaa opiskelijoiden käsitystä matematiikasta, jos heillä on taustalla huonoja kokemuksia. Tämän lisäksi koulutuksen pitäisi tarjota riittävä teoreettinen pohja matematiikan didaktiikasta sekä tarvittavat tiedot matematiikan sisällöistä. Opettajankoulutuslaitokset saavat määritellä itse, painotetaanko koulutuksessa johonkin näistä kolmesta osa-alueesta enemmän (Hihnala & Leppäaho, 2010, s. 73).

Pedagogisen tiedon kartuttaminen on luokanopettajakoulutuksen merkittävä tavoite, sillä luokanopettajat ovat ensisijaisesti kasvatuksen ja pedagogiikan asiantuntijoita (Krzywacki & Portaankorva-Koivisto, 2018, s. 281). Luokanopettajakoulutuksen matematiikan opintojen tavoitteena on osata käyttää erilaisia opetusmenetelmiä ja -välineitä sekä suunnitella matematiikan opetusta opetussuunnitelman mukaisesti (Peppi, 2021). Nämä tavoitteet ovat

pedagogisen sisältötiedon ydintä ja opettajan työlle välttämätöntä osaamista, joten niiden sisällyttäminen koulutukseen on perusteltua (Magnusson ym., 1999, s. 125).

Evensin ja kumppaneiden (2018, s. 253) mukaan pedagoginen sisältötieto kehittyy parhaiten, kun opinnoissa keskitytään erityisesti siihen. Toisaalta pelkkä pedagogisen sisältötiedon opiskelu ei ole paras mahdollinen vaihtoehto, sillä ainekohtainen sisältötieto ja yleinen pedagoginen tieto eivät muodostu pedagogisen sisältötiedon kautta, toisin kuin transformatiivisessa osaamisen kehityksen mallissa ajatellaan (Evens ym., 2018, s. 253–254). Pedagoginen sisältötieto ja ainekohtainen sisältötieto kehittyvät yhtä aikaa koulutuksessa, sillä ne ovat ilmiöinä myös tiukasti yhteydessä toisiinsa (van Driel & Berry, 2017, s. 566).

Opettajankoulutus kokonaisuudessaan sekä sen sisältämät erilliset kurssit tukevat pedagogisen sisältötiedon kehitystä, mutta kaikista tehokkain tapa pedagogisen sisältötiedon kehittymisessä on käytännön harjoittelun ja tieteenalaopintojen yhdistelmä (van Driel & Berry, 2017, s. 569). Käytännön harjoittelussa tulevat opettajat pääsevät kehittämään tietämystään oppilaiden ajattelutavoista ja tyypillisistä haasteista, mutta tiedon kehitystä tulee olla tukemassa samaan aikaan myös teoreettiset kurssit (Berry ym., 2016, s. 379). Käytännön harjoittelussa laatu on erityisesti merkittävä tekijä pedagogisen sisältötiedon kehittymisessä, eli suurikaan määrä käytännön harjoittelua ei kehitä pedagogista sisältötietoa, jos harjoittelua ei ole suunniteltu, ohjaajia ei ole ja rinnalla ei ole teoreettisia opintoja tukemassa harjoittelua (van Driel & Berry, 2017, s. 571). Harjoittelussa niin harjoittelukoulun kuin myös yliopiston ohjaajien merkitys on suuri (Berry ym., 2016, s. 379).

Pedagogisen sisältötiedon laatuun vaikuttaa ainekohtaisen sisältötiedon hallinta; käsitteellinen ja yhtenäinen käsitys sisällöistä mahdollistaa suuremman valikoiman esimerkiksi tapoihin esittää sisältöjä (Berry ym., 2016, s. 377). Samoin myös tieto pedagogisen sisältötiedon eri alueista ja niiden välisen tiedon yhdistyminen edistää opettajan kykyä suunnitella ja toteuttaa opetusta (Magnusson ym., 1999, s. 95). Pedagogisen sisältötiedon kehittymiseen vaikuttaa opiskelijan itsetunto ja affektit (Berry ym., 2016, s. 378), eli Pietilän (2002) määrittelemä matematiikkakuva. Tässä tutkimuksessa ei kuitenkaan syvennyttä tarkemmin matematiikkakuvan vaikutukseen, sillä se on ilmiönä hyvin laaja. Koulutuksessa tulisi kannustaa opiskelijoita omaksumaan opettajan roolin lisäksi myös oppijan rooli, jonka kautta pystytään tarkastella omaa oppimista ja käsityksiä, mutta myös tietoisesti kartuttamaan tietoa niin oppilaista ja heidän ajattelutavoista kuin myös oppiaineiden sisällöistä (van Driel & Berry, 2017, s. 570–571).

4 Menetelmä

Tämä tutkimus on laadullinen, fenomenografiaan pohjaava tutkimus, jonka tavoitteena on tutkia luokanopettajaopiskelijoiden käsityksiä matematiikan opettamisesta. Puusan ja Juutin (2011, s. 47) mukaan laadullisessa tutkimuksessa kohteena on yksittäiset tapaukset ja ilmiöt. Laadullisessa tutkimuksessa tarkoituksena on kääntää katse erityisesti osallistujien näkökulmiin ja ottaa huomioon todellisuuden ja siitä saatavan tiedon subjektiivisuus. Tavoitteena on muodostaa teoreettisesti mielekäs tulkinta ilmiöstä, joka on tutkimuskohteena (Puusa & Juuti, 2011, s. 47). Tässä tutkimuksessa tavoitteena on tavoittaa luokanopettajaopiskelijoiden käsityksiä matematiikan opettamisesta ja muodostaa näistä käsityksistä teoreettisen viitekehyksen pohjalta mielekäs tulkinta.

Fenomenografiassa keskitytään tarkastelemaan yksilöiden käsityksiä erilaisista ilmiöistä (Huusko & Paloniemi, 2006, 163). Tässä tutkimuksessa tarkasteltava ilmiö on matematiikan opettaminen. Fenomenografiassa tärkeää on, miten yksilöt muodostavat käsityksiä ja millaisia käsitykset ovat luonteeltaan (Kakkori & Huttunen, 2014, s. 368). Tutkimuksen kohteena on toisen asteen näkökulma todellisuudesta, eli ihmisten käsitykset todellisuuden ilmiöistä (Huusko & Paloniemi, 2006, s. 164–165). Ilmiöitä ei pyritä tavoittamaan sellaisina kuin ne ovat, sillä todellisuuden kuvaaminen sellaisena kuin se on, on mahdotonta (Kakkori & Huttunen, 2014, s. 383). Tässä tutkimuksessa tavoitteena ei ole tavoittaa matematiikan opettamisen vaatimuksia opettajille, vaan mitä luokanopettajaopiskelijat ajattelevat näiden vaatimusten olevan ja miten he pystyvät niihin itse vastaamaan.

Tavoitteena on kuvailla, analysoida ja ymmärtää erilaisia käsityksiä ja niiden välisiä suhteita. Käsitykset nähdään merkityksenantoprosesseina, joilla on syvempi ja laajempi merkitys kuin mielipiteellä. Huusko ja Paloniemi (2006, s. 164) käsittelevät Uljensin (1989) kahtiajaon kautta käsityksen rakennetta. Käsityksiä tutkitaan kahden kysymyksen avulla, joista “mikä”-kysymykseen pyritään saavuttamaan käsityksen merkitysulottuvuus. Käsitys on ajatteluprosessin tuote ja sen takia rajattu. “Miten”-kysymys pyrkii tavoittamaan käsitysten muodostumista ja niiden välisiä yhteyksiä. Nämä näkökulmat ovat yhteydessä toisiinsa ja se, miten näemme ilmiön vaikuttaa mikä-näkökulman muodostamiseen (Huusko & Paloniemi, 2006, s. 164). Tämä tutkimus painottuu erityisesti “mikä”-näkökulmaan matematiikan opettamisen suhteen, mutta tarkoituksena on myös tavoittaa, miten käsitykset ovat muotoutuneet erityisesti luokanopettajaopintojen aikana.

Käsitykset muodostuvat aikaisempien kokemusten ja tietojen pohjalta (Häkkinen, 1996, s. 23; Kakkori & Huttunen, 2014, s. 383). Aikaisemmat kokemukset on pyritty ottamaan tässä tutkimuksessa huomioon kyselylomakkeen kysymyksissä koskien vastaajan kokemuksia ja mahdollista saatua tukea matematiikan oppimisessa ennen luokanopettajaopintoja. Käsitykset ovat yksilölle todellisuutta ja opiskelijoiden omakohtaiset kokemukset opinnoista heijastuvat käsityksiin opettamisesta (Niikko, 2003, s. 25). Luokanopettajaopiskelijoiden ja vastavalmistuneiden luokanopettajien käsitysten tarkastelu voi tuoda uusia näkökulmia ja vaatimuksia opintojen sisältöihin.

4.1 Tutkimuksen toteutus ja aineiston keruu

Aineisto on kerätty sähköisellä kyselylomakkeella luokanopettajaopiskelijoilta helmikuussa 2021. Kyselylomake on toteutettu Webropol 3.0 -ohjelmalla, joka takaa vastaajien anonymiteetin ja jokaisen vastaajan mahdollisuuden vastata vain kerran kyselyyn. Kysely (Liite 2) koostui 32 kysymyksestä, jotka olivat pääosin avoimia kysymyksiä. Kolmelle sivulle jaotellussa kyselyssä ensimmäisellä sivulla selvitettiin vastaajan taustatietoja, joka on perinteinen alku kyselylomakkeissa ja lämmittelee vastaajaa varsinaiseen aiheeseen (Valli, 2018). Seuraavilla sivuilla pyrittiin selvittämään, mitä vastaajat ajattelevat matematiikan opettamisen vaativan opettajalta pedagogisesti ja sisällöllisesti. Webropol-ohjelmassa vastaaja pystyy tarkastelemaan aiempia vastauksia, mikä edesauttaa vastausten johdonmukaisuutta (Valli & Perkkilä, 2018). Tässä tutkimuksessa edellisten vastausten tarkastelu oli perusteltua, sillä osa kysymyksistä täydensivät toisiaan, esimerkiksi ensin kysyttiin opettajan pedagogisen osaamisen vaatimuksia matematiikan opetuksessa, jonka jälkeen pyydettiin arvioimaan omaa pedagogista osaamista.

Aineistonkeruu toteutettiin kyselylomakkeella, sillä se säästää niin tutkijan kuin tutkittavien aikaa ja sillä on mahdollisuus kerätä suurempi aineisto kuin haastatteluilla (Valli & Perkkilä, 2018). Vallitsevan koronaviruspandemian takia haastattelut henkilökohtaisesti ei olisi ollut hyvä vaihtoehto. Etähaastattelu olisi voinut olla mahdollisuus, mutta aikataulullisesti haastattelujen toteuttaminen ja litterointi olisi vienyt kyselyä huomattavasti enemmän aikaa. Nopeus onkin yksi kyselylomakkeen ehdottomista vahvuuksista, sillä se ei vie kyselyn muodostamisen jälkeen tutkijan aikaa ja aineisto on valmiiksi sähköisessä muodossa (Valli & Perkkilä, 2018).

Vallin (2018) mukaan kyselyn muodostaminen on haastava vaihe tutkimuksessa ja vaatii tutkijalta perehtymistä aiheeseen ja kysymysten syvällistä tarkastelua. Kysymysten muotoilu yksiselitteiseen muotoon, joka ei johdattele vastaajaa, on merkittävää. Johdattelevat kysymykset voivat vaikuttaa tutkimuksen luotettavuuteen. Vastaajat saattavat ymmärtää kysymykset eri tavalla, kuin tutkija oli ajatellut, huonoimmassa tapauksessa vastauksia ei voi ottaa lainkaan huomioon analyysissä. Tutkija ei voi myöskään palata kysymään tarkentavia kysymyksiä suurpiirteisiin tai epäselviin vastauksiin. Liian pitkä kyselylomake voi myös vähentää vastaajien määrää tai heikentää luotettavuutta, sillä viimeisiin kysymyksiin saatetaan vastata paneutumatta asiaan (Valli, 2018). Kyselylomakkeessa pyrittiin kysymään yhdessä kysymyksessä aina yhtä asiaa selkeyden ja johdonmukaisuuden takia. Jos yhdessä kysymyksessä kysytään kahta asiaa, vastaaminen voi olla haastavaa ja analyysivaiheessa tutkija ei voi olla varma, kumpaan kysymykseen on vastattu (Vilka, 2021).

Kysymykset on laadittu teorian ohjaamana ja perinteisten avokysymysten ja monivalintakysymysten lisäksi kyselyyn kuului kahden eri oppikirjasarjan samaa sisältöä koskevan valmiin kokeen arviointi. Kyselyssä käytetyissä kokeissa sisältönä oli murtoluvut, niiden laventaminen ja supistaminen sekä yhteen- ja vähennyslaskut murtoluvuilla. Millikirjasarjan koe oli viidennen luokan kevään valmis koe. Tuhattaituri-kirjasarjassa samaa sisällöllistä aluetta käsiteltiin neljännen luokan keväällä, joten kokeet ovat eri vuosiluokan materiaaleista. Murtoluku on valittu sisällöksi, sillä siinä näkyy selkeästi matemaattisen tiedon proseduraalinen ja käsitteellinen luonne.

Kysely jaettiin Oulun yliopiston vuonna 2016 opinnot aloittaneiden luokanopettajaopiskelijoiden suljetussa Facebook-ryhmässä sekä Alakoulun aarreaitta - Facebook-ryhmässä saatetekstin (Liite 1) kanssa, Facebook-ryhmien lisäksi kysely jaettiin yhdessä Oulun yliopiston luokanopettajaopiskelijoiden Whatsapp-ryhmässä, johon tutkija kuului myös itse. Alakoulun aarreaitta -ryhmään kuuluu pääasiassa kasvatustieteen ammattilaisia ja opiskelijoita. Tarkoituksena oli tavoittaa opintojen loppuvaiheessa olevia opiskelijoita sekä vastavalmistuneita luokanopettajia ja ryhmien kautta pystyi tavoittamaan laajasti kohderyhmää. Kyselyyn oli mahdollista vastata helmikuun 2021 ajan ja siihen vastasi 14 vastaajaa eri kanavien kautta. Facebook-ryhmät eivät kuitenkaan ole tehokkain kanava tavoittaa vastaajia, sillä tutkimuskyselyjä tulee ryhmiin paljon ja ne katoavat helposti muuhun sisältövirtaan.

4.3 Aineiston analyysi

Tutkimuksen aineistoa on analysoitu sisällönanalyysin kautta. Sisällönanalyysi on perusanalyysimenetelmä, jonka tavoitteena on selvittää, mistä asioista aineisto kertoo (Tuomi & Sarajärvi, 2018; Vuori, 2021). Teoriaohjaavassa sisällönanalyysissä korostuu abduktiivinen ajattelu, jossa vaihtelevat ja käyvät vuoropuhelua aineisto ja valmiit mallit sekä teoriat (Tuomi & Sarajärvi, 2018). Tässä tutkimuksessa on lähdetty liikkeelle teorioista ja erityisesti Shulmanin (1986) opettajan tietoperustan teoriasta, jonka pohjalta on muodostettu kyselylomake. Tarkoituksena ei ole kuitenkaan testata teorian toimivuutta, vaan löytää erilaisia käsityksiä opettajan osaamisen vaatimuksista matematiikan opettamisessa ja peilata niitä teorioihin. Fenomenografiaan yhdistettynä sisällönanalyysin avulla pyritään tässä tutkimuksessa selvittämään käsityksiä matematiikan opettamisesta. Aineiston analyysiä ei toteutettu fenomenografisesti, sillä Ahosen (1994, s. 123) mukaan fenomenografisessa analyysissä teoria ei yleensä ohjaa analyysiä, mutta tässä tutkimuksessa teoria ohjasi vahvasti jo aineistonkeruussa käytetyn kyselylomakkeen muotoilua ja sen myötä on loogista, että teoria ohjaa myös analyysiä. Tämän lisäksi fenomenografisessa analyysissä suositaan haastatteluja tai muita laajoja ja strukturoimattomia aineistoja, toisin kuin tässä tutkimuksessa, jossa aineisto on kerätty kyselyllä (Ahonen, 1994, s. 123).

Aineiston analyysissä on hyödynnetty koodausta, luokittelua ja teemoittelua sisällönanalyysin menetelmistä. Nämä ovat myös yleisimpiä laadullisen aineiston analyysissä käytettyjä käsittelytapoja (Eskola & Suoranta, 1998, s. 156). Koodauksen tehtävänä on poimia aineistosta ilmiötä koskevia sisällöllisiä ilmauksia ja merkitä ne yhtenäisesti (Vuori, 2021). Aineisto on koodattu teoriaohjaavasti, eli aluksi on valittu tietyt ilmiöt, joihin etsitään ilmauksia (Vuori, 2021). Tässä tutkimuksessa nämä ilmiöt ovat pedagoginen sisältötieto ja ainekohtainen sisältötieto. Ilmiöt ohjasivat koodausta, mutta koodauksen myötä syntyvä luettelo alaluokista muovautui koko prosessin ajan, kuten Eskola ja Suoranta (1998, s. 156) esittävät teoriaohjaavan koodauksen etenevän.

Pelkistämisen ja taulukoinnin jälkeen muodostetuista alaluokista etsittiin yhdistäviä ilmauksia ja merkityksiä luokittelemalla ja teemoittelemalla. Yhdistämisessä tavoitteena on löytää yhteiset piirteet havainnoista. Havaintojen määrällä ei ole merkitystä laadullisessa tutkimuksessa ja jo yksi havainto voi olla merkityksellinen tutkimuksessa (Alasuutari, 1999, s. 40). Myös havaintojen väliset erot ovat merkityksellisiä, eikä kaikista havainnoista tarvitse löytyä yhteisiä piirteitä (Alasuutari, 1999, s. 43). Luokittelu- ja teemoitteluvaiheissa aineistoa

luettiin useasti ja pelkistettyjä ilmauksia tarkennettiin ja muokattiin. Pelkistettyjen ilmausten välillä etsittiin yhteneväisyyksiä teorian avulla, mutta teorian ulkopuolelta muodostui myös luokkia. Luokat ja teemat on pyritty nimeämään sisältöä kuvaavasti, jotta tulosten tarkastelu olisi mahdollisimman helppoa (Puusa, 2020).

Aineistosta alleviivattiin koodausvaiheessa merkityksellisiä kohtia, minkä jälkeen ne pelkistettiin lyhyempään muotoon ja kerättiin taulukkoon joko pedagogisen tai ainekohtaisen sisältötiedon alle ja näistä muodostui alaluokat. Pelkistäminen on yksi Alasuutarin (1999, s. 40) määrittelemistä analyysin vaiheista, jossa pyritään tiivistämään aineistosta nousevat ilmaisut helpommin käsiteltäväksi. Siinä täytyy kuitenkin säilyttää alkuperäisen ilmaisun informaatio ja merkitys (Puusa, 2020). Pelkistäminen tapahtuu teoreettis-metodologisesta näkökulmasta, jotta tulokset ovat tarkasteltavissa suhteessa teoriaan (Alasuutari, 1999, s. 40).

Kuviossa 2 esitetään aineiston analyysin eteneminen pedagogisen sisältötiedon analyysissä. Teorian pohjalta etsittiin alleviivaamalla ilmauksia pedagogisen sisältötiedon ja ainekohtaisen sisältötiedon ilmiöihin liittyen. Jo alleviivauksen jälkeen syntyi kaksi teemaa pedagogisen sisältötiedon alle. Tämän jälkeen ilmaukset pelkistettiin ja taulukoitiin teemojen alle alaluokiksi. Taulukoinnin jälkeen alaluokkia tarkasteltiin ja etsittiin yhdistäviä tekijöitä, eli luokiteltiin samaa aihetta käsittelevät alaluokat yhteen luokkaan ja nimettiin nämä luokat.



Kuvio 2. Analyysin vaiheet pedagogisen sisältötiedon käsittelyssä.

Kuviossa 3 on esitetty analyysin vaiheet ainekohtaisen sisältötiedon ja omien vahvuuksien ja epävarmuuksien osalta. Tässä vaiheessa analyysi eteni ilmiötä koskevien ilmausten eli alaluokkien muodostumisesta luokan kautta teemaan. Analyysissä edettiin siis pienimmästä alaluokasta laajempaan ja eri luokkia yhdistävään teemaan. Alleviivauksen jälkeen yksinkertaistettiin ilmaukset ja taulukoitiin ne alaluokiksi. Taulukoinnin jälkeen etsittiin samankaltaisuuksia alaluokista ja muodostettiin luokat, jonka jälkeen tehtiin sama luokille ja muodostettiin teemat.



Kuvio 3. Analyysin vaiheet ainekohtaisen sisältötiedon käsittelyssä.

Vastaajien käsityksiä omista kyvyistä ja niiden kehittämisestä on analysoitu hieman eri vaiheiden kautta kuin aikaisempia ilmiöitä. Käsitykset omista kyvyistä jaettiin pedagogisiin ja sisällöllisiin kykyihin, joiden molempien alle muodostui aineiston perusteella kolme hierarkkista luokkaa. Vastauksista etsittiin siis ilmauksia omien kykyjen tasosta ja vastaajat käyttivät hyvin yhteneviä ilmaisuja niiden suhteen. Osaamisen kehittämiseen luokanopettajakoulutuksessa ja sen ulkopuolella muodostui myös toisilleen vaihtoehtoiset luokat. Vastauksista etsittiin aluksi ilmauksia tyytymättömyydestä ja tyytyväisyydestä opintoihin, jonka jälkeen ilmauksia tarkasteltiin laajemmin; mihin oltiin tyytyväisiä tai tyytymättömiä. Näin syntyi kaksi koulutuksen osa-aluetta, joita arvioitiin kykyjen kehittymisen kannalta. Ensimmäinen osa-alue arvioi opintojen määrän riittävyttä ja sisältöjen tarkoituksenmukaisuutta. Tämän pohjalta muodostui opintojen painotuksen luokka, joka jakautui alaluokkiin sisällöt ja didaktiikka.

Alkuperäinen ilmaisu	Pelkistetty alaluokka	Luokka
<i>“Tärkeintä matematiikan opetuksen tavoite on matemaattisen ajattelun kehittyminen”</i>	Ajattelun kehittyminen	Käsitteellinen tieto
<i>“Oppilaiden tulee myös oppia sujuvasti muodostamaan yhteyksiä erilaisten matematiikan osaamisalueiden välille,---”</i>	Sisältöjen yhteydet	

Taulukko 1. Esimerkki pelkistämisestä, taulukoinnista ja luokittelusta.

Taulukossa 1 esitetään, miten pelkistäminen, taulukointi ja luokittelu ovat edenneet tässä tutkimuksessa. Pelkistäminen on tapahtunut alleviivaamisen ja taulukoinnin yhteydessä. Aluksi aineistosta on etsitty merkitykselliset kohdat, jotka on pelkistetty yksinkertaisiksi ilmaisuiksi, jonka jälkeen niitä on tarkasteltu ja yhdistetty samaa luokkaa kuvaaviksi.

5 Tulokset

Tässä osiossa esitetään tutkimustulokset, joita ennen tarkastellaan vastaajien taustatietoja. Tuloksissa on esitetty erikseen aineistosta nousseet matematiikan opettamiseen yhdistyvät ja pedagogisiin kykyihin liittyvät tekijät sekä sisällön hallinta. Pedagogisen sisältötiedon alle on muodostettu kaksi teemaa; oppimisen tavoitteet sekä opettamiseen liittyvä tieto. Teemat ovat erillään, sillä opetusta ohjaavat Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa määritetyt tavoitteet ja vasta tavoitteiden mukaan toteutetaan opetusta. Matematiikan opettamisen eri alueiden jälkeen tarkastellaan vastaajien käsityksiä liittyen omaan osaamiseen matematiikan opettamisen osa-alueilla sekä sen kehittymistä luokanopettajakoulutuksessa ja sen ulkopuolella.

5.1. Vastaajien taustatekijät

Kyselylomakkeeseen vastasi 14 vastaajaa kolmesta eri luokanopettajakoulutusta järjestävästä yliopistosta. Tutkinnon suorittamispaikkaa kysyttiin taustakysymyksissä, sillä luokanopettajatutkinnon rakenteet ja opetuksen sisällöt vaihtelevat yliopistoittain. Taustatekijöistä selvitettiin matematiikan oppimiseen ja opiskeluun liittyviä asioita. Matematiikan opiskelua yliopistossa selvitettiin kysymyksillä opiskelluista opintopisteistä omassa ja muissa tiedekunnissa. Omassa tiedekunnassa suoritettujen matematiikan opintojen määrä vaihteli yleisesti 5–10 opintopisteen välillä, mutta yksi ilmoitti määräksi 67 opintopistettä. Oletettavasti nämä 5–10 opintopisteen opinnot vastaavat opettajan monialaisiin opintoihin liittyviä matematiikan opintoja, joiden määrä vaihtelee yliopistoittain. Vain muutama vastaaja oli opiskellut matematiikkaa muissa tiedekunnissa.

Matematiikan yliopisto-opintojen lisäksi selvitettiin aikaisempaa suhtautumista matematiikan opiskeluun ja ympäristön tukea matematiikan opinnoissa. Näillä taustatekijöillä voi olla yhteyksiä käsityksiin matematiikan opettamisesta. Vastaajat on luokiteltu matematiikkaan suhtautumisen mukaan viiteen ryhmään, jotka on määritelty suhtautumisen tunnuspiirteen mukaan. Alla taulukossa 2 on nimettynä kategoriat ja niiden esiintyminen aineistossa. Useimmin aineistosta nousi esiin kokemusten muuttuminen, joka on nimetty ryhmäksi ”Vaihteleva”. Muut ryhmät esiintyivät tasaisemmin aineistossa.

Ryhmän numero	Ryhmä	Määrä	Vastaajien numerot
1	Helppoa ja miellyttävää	2	4, 5
2	Haastavaa, mutta mahdollista	3	7, 9, 13
3	Vaikeaa ja epämiellyttävää	2	2, 10
4	Neutraali	1	1
5	Vaihteleva	6	3, 6, 8, 11, 12, 14

Taulukko 2. Vastaajien kokemukset matematiikan opiskelusta.

Kahden vastaajan ryhmiä löytyi kaksi kappaletta; matematiikkaa helppona ja mukavana pitävät sekä vastakkaisen kokemuksen omaavat, eli vaikeaa ja epämiellyttävää. Matematiikkaan puhtaasti positiivisesti suhtautuvat toivat esiin sisältöjen helppouden, jota kautta sai onnistumisen kokemuksia, mutta vaikeat opinnot olivat hetkittäin tuoneet ahdistusta.

“Oon aina tykännyt matikasta, varsinkin silloin kun se on tuntunut helpolta ja oon saanu onnistumisen kokemuksia. Siihen uppoutui helposti mutta toisaalta vaikeat opinnot aiheutti ahdistusta ja välttelyä.” (Vastaaja 5)

Positiivisia kokemuksia omanneet kertoivat molemmat saaneensa tukea koulussa. Tämä ryhmä nimettiin “helppoa ja mukavaa” ja numeroitiin ryhmäksi 1. Molempia oli kannustettu koulussa matematiikan suhteen ja he olivat suorittaneet pitkän matematiikan lukiossa. Toinen vastaajista toi esille opetustavat, jotka sopivat hänelle, mutta huomanneen osan oppilaista kaivanneen monipuolisempia menetelmiä ja tukea.

“Mulle on lapsesta asti kerrottu, että olen hyvä matikassa ja uskoin siihen sen vuoksi itsekin. Mulla on ollut loistavia matikan opettajia, mutta he käyttivät melko yksipuolisia opetustyyliä jotka ei selvästikään sopineet kaikille.” (Vastaaja 5)

Toinen muodostettu ryhmä on “haastavaa, mutta mahdollista”. Tähän kuuluvat eivät kokeneet olevansa kovin taitavia matematiikassa missään vaiheessa peruskoulua ja lukiossa, mutta saavuttivat tavoitteet pitkäjänteisen työskentelyn avulla. Matematiikka koettiin tässä ryhmässä haastavana ja välillä epämiellyttävänä, mutta esiin tuotiin myös onnistumisen kokemukset

pitkään tehdyn työn jälkeen. Ryhmää määrittelee vastaajien käsitys ahkeran työskentelyn kautta tavoitteisiin pääsystä.

“Työläänä, mutta mahdollisena. Tarkoiton tällä sitä, että ymmärrän, etten ole kovin lahjakas, mutta jo kulutan tarpeeksi istumalihaksia pääsen mihinkä vain tavoitteeseen.” (Vastaaja 9)

Yksi vastaaja pohti opettajan vaikutusta myös tässä ryhmässä, hän olisi kaivannut matematiikkaan monipuolisempia menetelmiä ja konkretiaa. Opettajajohtoisesta opiskelusta takia matematiikka oli pysynyt haastavana oppiaineena koko kouluajan ja omalla työskentelyllä oli pitänyt korvata opettajalta puuttuva tuki.

“Mielestäni matematiikan opiskelu on aina ollut haastavaa, mutta olen myös tykännyt haasteista. Kuitenkin opetus on ollut hyvin yksipuolista niin peruskoulussa kuin lukiossakin. Opetus on perustunut opettajajohtoiseen opetukseen ja oppikirjoihin. Matemaattista konkretiaa eikä toiminnallisuutta ole ollut, joten moni asia on vain ulkoa opeteltu ilman ymmärrystä siitä. Olen kokenut, että opettajan tuki ei ole aina ollut riittävää ja turhautumisia on tullut jokseenkin helposti, jos ei ole osannut tehdä.” (Vastaaja 13)

Tässä ryhmässä kaikki vastaajat olivat saaneet tukea matematiikan opiskeluun kotona vanhemmilta, mutta koulussa saatu tuki vaihteli. Kodin tuki on voinut kannustaa juuri pitkäjänteiseen työskentelyyn ja vahvistaa käsitystä omasta osaamisesta. Jokaisella vastaajalla oli erilaiset kokemukset koulun ja opettajan tarjoamasta tuesta. Yksi oli saanut riittävästi tukea koko kouluajan, toisella tuki oli loppunut lukiossa ja kolmannen mukaan tuki oli puutteellista koko kouluajan, joskin se oli ollut riippuvaista opettajista.

“Vanhempani olivat erittäin aktiivisia kannustamaan alusta asti ja kun eivät enää osanneet auttaa he hommasivat lisää tukea muualta. Myös koulussa minua kannustettiin, koska opettajat varmaan näkivät että osaan jos panostan tarpeeksi.” (Vastaaja 9)

“Mielestäni ympäristön tuki on ollut melko puutteellista. Osa opettajista on ollut hyviä, osa taas ei osannut tukea opiskelua. Toimintaa ja konkretiaa ei ole ollut, eikä esimerkiksi matematiikkaa ole integroitu muihin aineisiin vaan se on ollut erillistä muusta opetuksesta. Kuitenkin vanhempani ovat aina kannustaneet opiskelemaan matematiikkaa.” (Vastaaja 13)

Negatiivisia kokemuksia omaavat kuvasivat kokemuksiaan hyvin lyhyesti. Tämä ryhmä on numero 3: “vaikeaa ja epämiellyttävää”. Matematiikka koettiin pelottavaksi ja ahdistavaksi. Molemmat tähän ryhmään kuuluvista oli käynyt lukiossa matematiikan lyhyen oppimäärän eivätkä olleet opiskelleet matematiikkaa yliopistossa muissa tiedekunnissa. Toinen vastaajista myös toi esille käsityksen itsestä matematiikan osaajana.

“Matematiikka ei ole minun vahvin aineeni, sen opiskelu on ollut aina epämieluisaa. Opiskelu on vaatinut pitkäjänteistä työskentelyä.” (Vastaaja 10)

Tässä luokassa vastaajien saama tuki erosi täysin toisistaan, toinen koki, ettei ympäristö ollut tukenut häntä ollenkaan, kun taas toinen vastaaja kertoi saaneensa tukea niin kotona kuin koulussakin.

Yhdellä vastaajista oli neutraali suhtautuminen matematiikkaan, se oli lähinnä ollut tylsää peruskoulussa. Tämä vastaaja muodostaa ryhmän 4, “neutraali”. Toisaalta hänellä oli myös miellyttäviä kokemuksia erityisesti lukiosta, mutta pohjimmiltaan matematiikka ei synnyttänyt vahvoja tunteita tai mielikuvia. Tässäkin ryhmässä opettajan rooli nousee esiin; kuinka opetuksen kautta hän olisi voinut tuoda erilaisia kokemuksia ja sitä kautta suhtautuminen voisi olla positiivisempi. Tämä vastaaja oli ainoa, joka toi esille kavereiden tarjoaman tuen matematiikan opiskelussa. Kodin ja koulun tukea ei mainittu.

“Matematiikan kokemukseni eivät olleet kiinnostavia. Olisin kaivannut käytännön harjoituksia, mutta niitä emme tehneet alakoulu- tai yläkouluaikoina ollenkaan. Lukiossa lyhyt matematiikka oli alkuun hauskaa, mutta viimeiset kurssit suoroin huonosti, koska innostus lopahti.” (Vastaaja 1)

“Kaverini olivat järjestään parempia matematiikassa, joten tukea hankaliin tehtäviin sain aina tarvittaessa heiltä.” (Vastaaja 1)

Vaihteleva-ryhmässä (ryhmä numero 5) kokemukset ja suhtautuminen oli muuttunut jollain tavalla peruskoulun ja lukion matematiikan opinnoissa. Useimmilla matematiikka oli muuttunut epämiellyttäväksi sisältöjen vaikeutuessa lukiossa, kun peruskoulussa se oli vielä mukavaa. Vastauksissa tuotiin esille myös vastakkainen kokemus, eli matematiikka oli epämiellyttävää alakoulussa. Tämän lisäksi mainittiin opettajan vaikutus. Matematiikka oli

saattanut olla myös välillä epämiellyttävää, mutta palata miellyttäväksi esimerkiksi opettajan vaikutuksesta.

“Matematiikan opiskelu tuotti vaikeuksia erityisesti lukioaikana. Lukiossa pitkää matematiikkaa opiskellessa opettaja opetti asiat todella monimutkaisesti ja tuntui, että hän oletti, että kaikki osaavat kyllä. Tunneilla ei kehdannut pyytää apua, kun eteneminen oli niin nopeaa ja opettaja opetti asiat “korkealentoisesti”. Motivaatio matematiikkaan laski. Peruskoulussa matematiikka oli vielä mukavaa ja pysyin kärryillä matematiikan tunneilla, mutta lukioaikaiset kokemukset toivat ahdistusta myös luokanopettajakoulutuksen matematiikan opintoihin.” (Vastaaja 3)

“Lukiossa mielenkiintoiseksi, jotkin aihealueet helpommiksi, jotkin vaikeammiksi. Matematiikka-ahdistusta oli alakoulussa, mutta vanhemmiten matematiikka helpotti.” (Vastaaja 8)

“En ole koskaan ollut huono tai hyvä matikassa. Äitini on aina tykännyt matematiikasta ja sieltä on periytynyt jotain minuunkin. Opettajat vaikutti todella paljon matematiikan innostukseen, esim meillä vaihtui yläkoulun viimeiselle luokalle uusi opettaja, minkä jälkeen matikka alkoi olla ‘mukavampaa’.” (Vastaaja 11)

Tässä ryhmässä kaikki vastaajat olivat saaneet jonkinlaista tukea ympäristöltään. Usealla vastaajalla tuki oli tullut koko kouluajan kotoa. Osalla vanhemmat eivät olleet enää lukiossa pystyneet auttamaan tehtävissä oman osaamisen loputtua. Myös opettajat olivat tukeneet tämä luokan vastaajia eri luokka-asteilla palautteen, motivoinnin ja erilaisten opetusmenetelmien kautta. Vastauksissa ollaan pääosin tyytyväisiä saatuun tukeen.

“Peruskoulussa sain vanhempien tuen, sekä opettajien tuen. Lukiossa opettajien tuki puuttui, joten siinä ei sitten pärjännytkään.” (Vastaaja 6)

“kotona kannustettu, myös koulusta positiivista palautetta” (Vastaaja 14)

5.2 Käsitukset pedagogisen osaamisen vaatimuksista

Aineistossa ilmeni useita pedagogisen sisältötiedon alle kuuluvia ilmaisuja erityisesti opettamista ja sen toteutusta koskien. Kyselylomakkeessa yksi kysymys koski suoraan

opettajan pedagogisen osaamisen vaatimuksista ja tämän lisäksi moni muu kysymys vaati jonkinlaista asian pohtimista vastaajan omien käsitysten kautta. Opettamista koskevien ilmaisujen lisäksi nousi viittauksia oppimisen tavoitteisiin liittyen. Yksi kysymys koski suoraan aihetta, mutta myös tämä teema nousi taustalla muissa kysymyksissä ja vastauksissa. Oppimista ja opettamista käsiteltiin yhdessä ja vuorovaikutuksellisinä ilmiöinä.

5.2.1 Käsitykset oppimisen tavoitteista

Taulukossa 3 on esitetty vastaajien käsitykset oppimisen tavoitteista jaettuna neljään luokkaan; matemaattisen tiedon soveltamiseen, käsitteellisen tiedon saavuttamiseen, laskutaitoon ja käsitykseen itsestä matematiikan oppijana. Oppimiseen tavoitteista kolme ensimmäistä luokkaa koskevat matemaattisten taitojen osaamista, kun taas neljäs, liittyy oppilaan kokonaisvaltaiseen kehitykseen ja oman identiteetin rakentamiseen ilman varsinaista matemaattisen osaamisen kehittymistä. Tämän osion tulokset muodostuvat pääosin kysymyksistä 15 ja 16, sekä kokeiden arvioinnista (Liite 2). Merkittäviä eroja eri vastaajaryhmien välillä ei ollut havaittavissa ja jokaisesta ryhmästä tuli tasaisesti mainintoja eri luokkiin.

Ilmiö	Teema	Luokka	Alaluokka
Pedagoginen sisältötieto	Oppimisen tavoitteet	Tiedon soveltaminen	Ongelmanratkaisu
			Soveltaminen
			Arjen taidot
		Konseptuaalinen tieto	Ajattelun kehittyminen
			Ymmärrys
			Käsitteiden hallinta
			Sisältöjen yhteydet
		Laskutaito	Rutiini
			Täsmällisyys
			Ulkoa opettelu
		Käsitys itsestä ja matematiikasta	Käsitys matematiikasta
			Suhde matematiikkaan

Taulukko 3. Oppimisen tavoitteet.

Ensimmäinen luokka muodostuu matemaattisen tiedon soveltamisesta eri konteksteissa. Useassa vastauksessa nousi esiin matematiikan sisältöjen kytkeminen oppilaiden arkeen ja oppilaiden tavoitteena saavuttaa osaamisen taso, jolla selviää arjessa ja yhteiskunnassa tulevaisuudessa. Oppilaiden tulisi huomata matematiikan olevan osa arkea ja pystyä soveltamaan omaa osaamistaan arjen tilanteissa. Tämän lisäksi esiin nousi ongelmanratkaisun tärkeys. Suurin osa vastaajista viittasi eri ilmauksilla matematiikan soveltamiseen ja myös Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014, s. 128, 234) nostetaan matematiikan hyödyllisyyden huomaamisen arjessa olevan yksi oppiaineen tehtävistä. Myös muissa kategorioissa oppiaineen tavoitteista ja tehtävistä nousee esiin Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa määritellyt tehtävät ja tavoitteet.

“Matematiikan kytkeminen arjen elämään ja sen hyödylliseen huomaaminen.” (Vastaaja 2)

“Oppilas ymmärtää kuinka matematiikka on osa arkipäivän ympäristöä ja osaa hyödyntää taitojaan arjessa.” (Vastaaja 5)

“Ongelmanratkaisun kehittyminen ja sekä opitun soveltaminen arkeen.” (Vastaaja 7)

Toinen muodostettu luokka, käsitteellisen tiedon saavuttaminen, on pohjana erityisesti aiemman kategorian ongelmanratkaisulle ja soveltamiselle (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 15), mikä nousi esiin myös joissakin vastauksissa. Tämän luokan muodostavat ajattelun ja ymmärryksen kehittymisen sekä matemaattisten käsitteiden ja sisältöjen yhteyksien ymmärtämisen alaluokat. Vastauksissa näkyi syvemmän tiedon saavuttaminen ensisijaisena tavoitteena, kuin pelkän sujuvan laskutaidon kehittyminen.

“Oppilaiden tulee myös oppia sujuvasti muodostamaan yhteyksiä erilaisten matematiikan osaamisalueiden välille, jotta ongelmatilanteissa he voivat luottaa osaamiseensa.” (Vastaaja 1)

Vastauksissa viitattiin matemaattisen ajattelun kehittymiseen, mutta niissä ei ollut eritelty, mitä matemaattisella ajattelulla tarkoitetaan. Ajatteluun viitataan myös loogisena ja luovana, mutta näissä vastauksissa ei mainita matemaattista ajattelua. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014, s. 128, 234) matemaattisen ajattelun kehitys asetetaan yhdeksi oppiaineen tavoitteista, mutta jopa siinä määrittely jää hyvin hataraksi. Matemaattiseen ajatteluun viitataan

loogisena, luovana ja täsmällisenä, ja samat käsitteet nousivat myös aineistosta esiin matematiikan oppimisen tavoitteissa.

“Tärkeintä matematiikan opetuksen tavoite on matemaattisen ajattelun kehittyminen--” (Vastaaja 13)

“Peruslaskutoimitusten ymmärrys, looginen ja luova ajattelu sekä matemaattisten käsitteiden ja rakenteiden ymmärrys/osaaminen.” (Vastaaja 10)

Kolmas opetuksen tavoitteiden luokka sisältää laskutaitoon liittyvät käsitykset. Laskutaito käsitetään tässä yhteydessä mekaanisena proseduurien suorittamisena. Vastaajat näkivät peruslaskutaidon olevan yksi merkittäviä taitoja matematiikan tavoitteissa. Laskutaitoon liitettiin vastauksissa rutiini sekä täsmällisyys, eli laskujen oikein suorittaminen ilman tarvetta paneutua niihin syvällisemmin. Myös esimerkiksi sääntöjen tai kertotaulujen ulkoa opettelu nousi kolmantena esiin tässä luokassa. Rutiini, täsmällisyys ja ulkoa opettelu muodostavat alaluokat laskutaidossa.

“--joissakin asioissa ulkoa opettelusta (esim. kertolaskut).” (Vastaaja 7)

“Lisäksi muistisääntöjen opettaminen voi olla menestyksestä” (Vastaaja 7)

“--täsmällisyys ja rutiini.” (Vastaaja 8)

“--tietenkin peruslaskutaidon hallinta.” (Vastaaja 11)

Neljäs oppimisen tavoitteiden luokka on käsitys itsestä ja matematiikasta. Tämä luokka on erillinen aiemmasta kolmesta, sillä se ei sisällä vaatimuksia matematiikan sisältöjen osaamisesta, vaan keskittyy oppilaan psyykkiseen kehitykseen. Luokkaan kuuluvat alaluokat: käsitys matematiikasta ja henkilökohtainen suhde matematiikkaan. Moni vastaaja nosti matematiikan opetuksen tavoitteeksi hyvän matematiikkasuhteen muodostumisen ja onnistumisen kokemusten saavuttamisen tiedollisten tavoitteiden lisäksi.

“Luoda positiivinen kuva matematiikasta.” (Vastaaja 2)

“-kokee matemaattisia oivalluksia ja onnistumisia,” (Vastaaja 5)

“Itseluottamuksen ja matematiikan suhteen positiivisen minäkuvan kehittyminen. Sisäisen motivaation tavoittelu.” (Vastaaja 9)

Onnistumisen kokemukset tuotiin esille myös kokeiden arvioinnissa; jokaiselle oppilaalle tulisi olla jokin tehtävä, jossa kokee osaavansa.

“Jälkimmäistä, sisältää monia erilaisia tehtäviä, jolloin jokaiselle oppilaalle voi löytyä tehtävä jossa kokee pärjäävänsä.” (Vastaaja 11)

Kokeita arvioitaessa vastaajat pitivät tärkeänä monipuolista osaamista matematiikassa. Suurin osa vastaajista käyttäisi arvioinnissa soveltavampaa koetta, jotta osaamisen eri puolet pääsevät esiin. Vastauksissa tuotiin myös esille rutiininomaisen laskutaidon havainnoinnin ja arvioinnin olevan helppoa oppitunneilla, minkä takia kokeen tulisi sisältää soveltavampia tehtäviä. Vastausten perusteella matematiikassa pyritään saavuttamaan ymmärrys sisällöstä pelkän mekaanisen laskutaidon lisäksi.

“Millin soveltavampaa koetta. Mekaanisia taitoja voi arvioida jo tunnilla todella helposti erilaisten tehtävien avulla. Soveltavampia tehtäviä on vaikeampi tunnin aikana yksilöllisesti arvioida.” (Vastaaja 4)

“Koe 2, sillä sen tehtävät ovat monipuolisempia, koe 1 on rutiinilaskuja.” (Vastaaja 8)

“Käyttäisin koetta 2 arvioinnissa, koska se testaa hieman monipuolisemmin oppilaan matematiikan osaamista. Se sisältää sekä perustehtäviä, että soveltavampia tehtäviä.” (Vastaaja 13)

“Jälkimmäistä, mittaa paremmin murtolukujen ymmärtämistä eikä pelkkää mekaanista laskutaitoa.” (Vastaaja 14)

5.2.2 Käsitukset opettamisesta

Pedagogisen sisältötiedon alle muodostuneesta opettamisen teemasta vastaajilla oli eniten ilmaisuja, mikä oli odotettavissa, sillä vastaajat ovat luokanopettajaopiskelijoita tai vastavalmistuneita luokanopettajia ja sitä kautta ensisijaisesti kasvatuksen ja pedagogiikan asiantuntijoita. Opettamisen vaatimaa osaamista peilattiin tavoitteisiin, jotka oppilaille on asetettu. Teeman alle muodostui kolme luokkaa (taulukko 4), jotka kuvaavat opettamisen eri vaiheisiin ja tilanteisiin liittyvää osaamista. Luokat etenevät ennen opetusta tapahtuvasta

suunnittelusta ja siihen liittyvästä osaamisesta luokkaan yleisesti, jonka jälkeen siirrytään itse opetustapahtumaan, joka voi olla esimerkiksi matematiikan oppitunti. Osa alaluokista voisi kuulua useampaan luokkaan, mutta jako on tehty sen mukaan, milloin ja missä erityisesti tämä osaamisen alue näkyy opettajan työssä. Alaluokista moni myös linkittyi toisiinsa ja niitä käsiteltiin vastauksissa yhdessä.

Ilmiö	Teema	Luokka	Alaluokka
Pedagoginen sisältötieto	Opettaminen	Suunnittelu	Opetusmenetelmät
			Välineet
			Eriyttäminen
			Arviointi ja palaute
		Luokka	Ilmapiiri
			Oppilaiden tuntemus
		Opetustapahtuma	Pitkänteisyys
			Motivointi
		Matematiikan esittäminen	Selkeys
			Konkretia
			Arkeen sitominen

Taulukko 4. Opettamisen vaatimat osaamisen osa-alueet.

Suunnitteluun kuuluvat alaluokat kuvaavat ennen opetusta vaativaa osaamista. Nämä alaluokat ovat sellaisia, joiden osaamista voi kartuttaa opettajankoulutuksessa, vaikka pedagoginen sisältötieto pääsee kehittymään varsinaisesti vasta käytännön työssä. Vastaajien mukaan erilaisten opetusmenetelmien tietäminen ja hyödyntäminen on merkittävä osa opetusta. Opetusmenetelmiin liitettiin erilaisten välineiden hyödyntäminen opetuksessa ja niiden kautta konkreettisuuden lisääminen opetukseen. Opetusmenetelmät yhdistettiin vahvasti eriyttämiseen, jonka moni vastaajista koki merkittäväksi osaamisen alueeksi. Arviointi ja palautteenanto on nostettu suunnittelun alaluokaksi, vaikka sen mainitsi vain yksi vastaaja suoraan. Arviointia pidetään kuitenkin teorioissa yhtenä pedagogisen sisältötiedon osa-alueista (Depaepe ym., 2013, s. 22).

Ensimmäisenä opetuksen suunnitteluun liittyvänä osaamisen alueena aineistossa esiintyi erilaisten opetusmenetelmien tunteminen. Opetusmenetelmiin käsiteltiin kuuluvan erilaiset työskentelytavat matematiikan parissa ja vastauksissa korostui toiminnallisuus. Erilaisten

opetusmenetelmien hyödyntäminen yhdistettiin oppilaiden tuntemiseen ja eriyttämiseen, jotta opettaja pystyy tarjoamaan vaihtelevia työskentelytapoja erilaisten oppilaiden tarpeet huomioon ottaen.

“Vaatii tietoa erilaisista opettamisen keinoista jotta osaa käyttää eri keinoja asian opettamisessa ja opetuksen mukauttamisessa luokan tarpeisiin.”
(Vastaaja 6)

“Opettajalla tulisi olla kykyä mahdollistaa erilaisia työskentelytapoja mutta kuitenkin pitää yllä turvallisia rutiineja joiden ympärille tunti rakentuu.”
(Vastaaja 5)

“--tietoa matematiikan opetukseen soveltuvista opetusmenetelmistä.”
(Vastaaja 13)

Tieto välineistä ja niiden hyödyntämisestä yhdistyi osaksi erilaisia opetusmenetelmiä. Niiden nähtiin tuovan konkretiaa opetukseen, mutta vastauksissa ei avattu yleisellä tasolla, minkälaisista välineistä on kyse. Opetukseen liittyvät välineet voivat olla esimerkiksi perinteisiä palikoita ja helmiä, matematiikan opetusta varten tehtyjä kymmenjärjestelmän havainnollistamisen välineitä ja murtokakkuja tai teknologiaa. Vastaajien mukaan välineiden tulisi olla helposti saatavilla oppilaille aina tarvittaessa.

“Tarjolla tulee olla erilaisia apuvälineitä, joita oppilaat saavat hyödyntää matalalla kynnyksellä” (Vastaaja 3)

“Matematiikan opettaminen ikätasolle sopivasti, erilaisia apuvälineitä käyttäen.” (Vastaaja 2)

Välineiden tuominen opetukseen korostui etenkin kokeiden sisällön eli murtolukujen laventamisen ja supistamisen opettamisesta koskevassa kysymyksessä. Välineillä pyrittiin konkretisoimaan sisältöä ja tuomaan se lähemmäs oppilaan omaa maailmaa.

“Konkreettisten välineiden avulla. Esim murtokakut.” (Vastaaja 4)

Suunnittelu-teeman alla eriyttäminen nousi usean vastaajan käsityksissä esiin pedagogisen osaamisen vaatimuksissa. Eriyttämisen toteuttaminen vaatii opettajalta myös tietoa erilaisista oppimisvaikeuksista ja muista oppimiseen liittyvistä haasteista sekä taitoa havaita niitä. Esiin tuotiin mahdolliset suuret osaamisen erot luokissa oppilaiden välillä. Eriyttäminen yhdistettiin

osaamisen alueena oppilaantuntemukseen sekä tietoon erilaisista opetusmenetelmistä ja välineistä. Vastauksissa viitattiin alaspäin eriyttämiseen, mutta myös ylöspäin eriyttäminen huomioitiin.

“Kykyä huomata matemaattisia vaikeuksia, kykyä eriyttää opetusta ylös ja alaspäin,--” (Vastaja 2)

“Taitoa eriyttämiseen. Onneksi oppimateriaali (esim Milli-kirjasarja) tukee tässä hyvin.” (Vastaja 11)

“Eriyttäminen on keskiössä, koska matematiikassa taitotasokerot voivat olla suuria.” (Vastaja 9)

Arvioinnin ja palautteenannon osaamisen mainitsi vain yksi vastaaja, vaikka oppimisen tavoitteiden saavuttaminen vaatii opettajalta arviointia. Arviointi on myös työkalu opettajalle itselleen ja voi antaa viitteitä, jos opettajan omaa toimintaa tulisi muuttaa. Arviointi ja palaute mainittiin tässä yhdessäkin vastauksessa luettelon osana avaamatta sitä enempää.

“--palaute ja kohdennettu arviointi.” (Vastaja 2)

Vastausten mukaan matematiikan yksi merkittävä tavoite on tukea oppilaan positiivista kuvaa itsestä matematiikan oppijana ja sen rakentamiseen liittyy vahvasti opettajan antama palaute. Toisaalta vastaajat ovat voineet liittää palautteenannon motivointiin, eikä arviointia itsessään ole nähty niin merkittävänä alueena. Pedagogisen osaamisen ehkä katsotaan paneutuvan lähinnä itse opettamiseen ja siihen liittyviin asioihin. Myös vastaajien vähäinen kokemus käytännön opetuksesta voi olla taustalla, ettei arviointia osata ajatella vielä kovin merkittävänä osaamisen alueena.

Luokkaan liittyvistä tekijöistä opetuksessa mainittiin oppilaiden tuntemus ja positiivisen ilmapiirin luominen luokkaan. Osassa vastauksista oppilaiden mielenkiinnonkohteiden ja oppilaiden itsensä tunteminen ilmaistiin suoraan, kun taas toisissa vastauksissa oppilaiden ja luokan tarpeiden tunteminen liitettiin erilaisten opetusmenetelmien hyödyntämiseen.

“Opettajan tulee osata ottaa huomioon oppilaiden kiinnostuksen kohteet ja mahdollisuuksien mukaan soveltaa ja hyödyntää niitä toiminnallisesti matematiikan tunneilla.” (Vastaja 3)

“Monta erilaista oppijaa, joten parhaiten palvelee se, että on monta erilaista lähestymistapaa.” (Vastaaja 7)

Oppilaiden mielenkiinnon kohteiden tuntemisen lisäksi opettajan tulisi olla tietoinen oppilaiden tavoista ajatella ja tuntea mahdolliset haasteet sisällöissä. Tähän liittyy myös oppilaiden havainnointi ja erilaisten oppimisvaikeuksien ja tuen tarpeiden huomaaminen ja niihin tarttuminen. Oppilaiden ajattelun tunteminen vaatii osaltaan myös opettajalta riittäviä matemaattisia taitoja.

“Omat matemaattiset taidot tulee olla riittävät, jotta ymmärtää mitä opettaa mutta samalla näkee oppilaiden erilaiset tavat ajatella.” (Vastaaja 5)

“ymmärrystä oppimisvaikeuksista ja yleisistä käsityksistä/ajattelumalleista--” (Vastaaja 14)

“Tarkkuutta huomata, millaisia ongelmia lapset kokevat ja oikea-aikaista tarttumista näihin.” (Vastaaja 1)

“Kykyä huomata matemaattisia vaikeuksia--” (Vastaaja 2)

Luokkaan tulisi luoda innostava ja kannustava ilmapiiri, jota edistää kilpailun poistaminen oppilaiden väliltä.

“Innostava ja kannustava ilmapiiri.” (Vastaaja 2)

“--kilpailutilanteiden välttämistä oppilaiden välillä.” (Vastaaja 8)

Matematiikan esittämisen alaluokat näkyvät opettajan toiminnassa matematiikan opetustuokioissa. Vastaajat kokivat selkeyteen pyrkimisen olevan merkittävää sisältöjen esittämisessä, kuin konkretian tuomisen opetukseen ja sisältöjen sitomisen arkeen. Konkretia ja arkeen sitominen tukevat erityisesti tavoitteista matematiikan soveltamista sekä tuo mielekkyyttä ja merkityksellisyyttä oppimiseen.

“Selkeyttä, täsmällisyyttä, konkreettisuutta--” (Vastaaja 8)

“--havainnollistaminen, yhdistäminen oikeaan elämään--” (Vastaaja 14)

Sisältöjen konkretisointi ja arkeen sitominen tuotiin esille erityisesti kokeiden sisällön opettamisessa murtokakkujen ja muiden erilaisten välineiden kautta.

“--voidaan tehdä välineillä kuvat tai piirtää.” (Vastaaja 2)

“En ole opettanut laventamista, joten selkeää apuvälinettä joidenkin palikoiden ja helmien lisäksi ei tule mieleen, mutta haluaisin konkretisoida asiaa jotenkin--” (Vastaaja 9)

5.3 Käsitukset sisällöllisen osaamisen vaatimuksista

Sisällöllisen osaamisen osalta aineistossa nousivat esiin matematiikan tiedon rakenteeseen liittyvät asiat ja erityisesti sisältöjen ymmärtäminen. Toisaalta osan vastaajista oli ehkä vaikea hahmottaa kysymystä tai eivät osanneet eritellä kirjallisesti, mitä matematiikan opettaminen vaatii sisällöllisen osaamisen kannalta. Kysymyksistä yksi (kysymys 19) pyysi suoraan erittelemään sisällöllistä osaamista yleisesti ja kokeen ohessa kysymys 29 koski opettajan sisällöllistä osaamista murtoluvuista. Tämä lisäksi muissa kysymyksissä sivuttiin aihetta.

Ainekohtaisen sisältötiedon alle muodostui kaksi teemaa (taulukko 5) tiedon rakenne ja osaamisen taso. Tiedon rakenteeseen liittyy sisällöllinen osaaminen, joka syntyy prosessin ja käsitteen hallinnasta sekä kumulatiivisuuden huomioinnista. Nämä luokat kuvaavat matematiikan osaamisen ja ymmärtämisen käsityksiä ja niitä kuvattiin vertaamalla opetettavaan sisältöön ja oppimisen tavoitteisiin. Osaamisen taso eroaa kaikista muista analyysissä muodostetuista teemoista, sillä se sisältää kaksi vastakkaista käsitystä samasta teemasta. Muut luokat muodostavat yhdessä toisiaan täydentävän kokonaisuuden teemasta, mutta osaamisen tason muodostavat perustason osaaminen ja syvälinen osaaminen, jotka ovat vaihtoehtoisia toisilleen.

Ilmiö	Teema	Luokka	Alaluokka
Ainekohtainen sisältötieto	Tiedon rakenne	Kumulatiivisuus	Rakenteet
			Yhteydet
		Käsite	Ymmärrys
			Soveltaminen
		Prosessi	Mekaaninen laskeminen
			Säännöt
	Osaamisen taso	Perustaso	Laskutaito
			Opetettava sisältö
		Syvällinen	Ymmärrys Enemmän kuin opetettava sisältö

Taulukko 5. Opettajan ainekohtaisen sisältötiedon hallinta.

Sisällöllisesti opettajan tulisi hallita aineiston mukaan peruslaskutaito ja siihen liittyvät säännöt, näistä alaluokista muodostui prosessi-luokka. Osa vastaajista luetteli oppisisältöjä tai kuvasi sisällöllisen osaamisen vaatimuksia sanalla “kaikki”, kun taas osa kuvasi osaamista laajemmin.

“Yhteen- ja vähennyslaskut, kertotaulu, jakolasku, mittaamisen perusteet, geometria, yhtälöt, tilavuus ja pinta-ala, ongelmanratkaisun periaatteet.”
(Vastaaja 2)

“Opettajan tulee osata perus laskutoimitukset (yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskut). Mielestäni näillä taidoilla pääsee jo pitkälle etenkin alakoulussa.” (Vastaaja 3)

“Perus rutiinilaskutoimitukset ja niiden sovellukset,--” (Vastaaja 8)

“Kaikki matematiikan asiat, joita hän opettaa.” (Vastaaja 12)

Vastauksissa viitattiin Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden määrittelemiin opetettaviin sisältöihin ja niiden hallintaan tai sen hetkisten opettavien sisältöjen osaamiseen. Vastauksissa, joissa lueteltiin tiettyjä sisältöalueita, määriteltiin myös useammin osaamisen taso riittäväksi, kun opettajalla on hyvä peruslaskutaito. Ryhmän 3 (“vaikeaa ja

epämiellyttävää”) vastaajat määrittivät molemmat opettajan sisällönhallinnan riittäväksi tasoksi sujuvan laskutaidon. He eivät myöskään viitanneet sisältöjen käsitteellisen hallinnan olevan edellytys kattavalle sisällönhallinnalle, mutta toinen vastaaja toi esiin matematiikan kumulatiivisen luonteen tiedostamisen.

“Peruslaskutaitojen päälle rakennetaan syvempää osaamista.” (Vastaaja 2)

Matematiikan kumulatiivisen luonteen huomioiminen opetuksen etenemisessä oli vastaajien mukaan merkittävä osa-alue matematiikan sisällöllisessä osaamisessa. Vastauksissa ei käytetty termiä kumulatiivisuus, vaan ilmaistiin tiedon muodostuvan aina aiemmin opitun päälle. Vastaajien mukaan matematiikan opetuksessa merkityksellistä on siis eteneminen loogisesti helpommista sisällöistä kuten lukukäsitteestä haastavampiin, esimerkiksi yhteen- ja vähennyslaskuihin ja opettajien tulisi osata tiedostaa tämä ja hyödyntää tietoa opetuksessa. Kumulatiivisuus nousi esiin kaikissa paitsi yhdessä vastaajaryhmässä, ainoa ryhmä, jossa sitä ei mainittu, oli yhden vastaajan muodostama ryhmä 4.

“Uusi tieto perustuu aina vanhaan, jo opittuun.” (Vastaaja 4)

“Uusi opeteltava asia rakentuu aina aikaisemman opitun päälle.” (Vastaaja 6)

Yhdessä vastauksessa viitattiin suoraan, kuinka opettajan tulee ymmärtää matemaattisen tiedon kumulatiivisuus:

“Tietoa matematiikan oppiaineen luonteesta (kumulatiivisuus),--” (Vastaaja 13)

Kumulatiivisuuden alaluokat rakenteet ja yhteydet viittaavat matemaattisten sisältöjen laajaan hallintaan. Yhteyksillä viitattiin laskutapojen ja -toimitusten yhteyksiin, mutta myös eri käsitteiden välisiin yhteyksiin.

“--yhteys muihin matematiikan asioihin” (Vastaaja 14)

“--hahmottaa yhteyksiä erilaisten laskutapojen välillä--” (Vastaaja 8)

Yhteydet muihin matematiikan sisältöihin, kuten prosenttiin ja desimaalilukuihin, huomioitiin myös arvioitavien kokeiden sisältöjen opettamisessa.

“Ymmärtää itse murtolukujen käsite, sen yhteys prosentti ja desimaalilukuihin--” (Vastaaja 13)

Matematiikan tiedon rakenteen täydentää käsitteellinen ymmärrys proseduraalisen osaamisen lisäksi. Aineistosta nousseen käsite-luokan alle muodostui alaluokat ymmärrys ja soveltaminen. Käsitteellinen osaaminen on siis syvempää osaamista kuin laskutoimitusten suorittaminen. Ryhmän 3 vastaajat eivät viitanneet lainkaan tähän luokkaa, muissa ryhmissä viitattiin sisältöjen ymmärtämisen olevan edellytys riittävälle sisällönhallinnalle opetusta varten. Useampi tähän luokkaan viitannut vastaaja ilmaisi myös, että opettajan sisällönhallinnan tason tulisi olla hieman syvällisempää kuin pelkkien Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden alakoulun osion määrittelemien sisältöjen hallinta.

“Omat matemaattiset taidot pitää olla riittävät, jotta ymmärtää mitä opettaa--” (Vastaaja 5)

“Opettajan tulee ymmärtää mistä opetettavassa ilmiössä on kyse, miksi, miten ja missä sitä käytetään oikeassa elämässä, eli ei niin että vai opettelee jonkin mekaanisen kaavan ulkoa” (Vastaaja 14)

“Olisi tärkeää, että opettaja ymmärtää itse opetettavat sisällöt, silloin hän voi myös helpommin huomata missä oppilaalla on vaikeuksia ja siten tukea paremmin. Tietty silloin myös opettaja osaa opettaa asian myös oikein.” (Vastaaja 13)

“Opettajan tulee mielestäni hallita perustason matemaattinen ajattelu, jotta sitä voi välittää oppilaille. Jos opettajalla ei ole ymmärrystä, miten matemaattiset operaatiot toimivat vaan kaikki on vain joskus opeteltu ulkoa on hänen vaikeaa opettaa lapsillekaan muuta tyyliä.” (Vastaaja 9)

Vastauksista voi tulkita opettajan osaamisen olevan syvempää, mitä oppilaiden tavoitetaso. Oppilaiden ei tarvitse saavuttaa samaa osaamista kuin opettaja, mutta aiemmin määriteltyjen oppimisen tavoitteiden mukaan käsitteellisen ymmärryksen saavuttaminen olisi merkittävää, vaikka se ei olisi yhtä syvällistä kuin opettajan. Vastauksissa viitataan myös opettajan pedagogisen sisältötiedon olevan yhteydessä aineenhallintaan, eli kun opettajalla on riittävä ymmärrys opetettavista sisällöistä, niiden opettaminen oppilaille on myös mahdollista.

5.4 Käsitukset omasta kyvystä opettaa matematiikkaa

Edellisissä luvuissa käsiteltiin noviisiopettajien käsityksiä matematiikan opettamisen vaatimuksista, eli minkälaista pedagogista ja sisällöllistä osaamista he ajattelevat matematiikan opettamisen vaativan. Tässä luvussa tarkastellaan, millaisina he käsittävät omat kykynsä näistä vaatimuksista. Käsitukset on jaettu pedagogiseen ja sisällölliseen osaamiseen, kuten myös käsitykset osaamisen vaatimuksista on jaettu.

5.4.1 Käsitys omista sisällöllisistä kyvyistä

Sisällöllisen osaamisen alle muodostui kolme osaamisen tasoa, jolla vastaajat käsittivät olevansa. Sisällöllisen osaamisen alle muodostuivat tasot hyvä, riittävä ja vaihteleva (taulukko 6). Useimmin vastaajat määrittelivät osaamisensa vaihtelevaksi tai riittäväksi. Pitkän matematiikan lukiossa käyneet sen sijaan käsittivät sisällönhallinnalliset kyvyt useimmin hyväksi tai riittäväksi kuin lyhyen matematiikan käyneet. Sisällöllistä osaamista peilattiin erityisesti Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden matematiikan tavoitteisiin ja sisältöihin, eli kuinka hyvin vastaajat hallitsevat itse opetettavat sisällöt, vaikka osa koki, että sisällöllisen osaamisen tulisi olla opetettavia sisältöjä laajempaa. Vastaajien yliopistossa suorittamat matematiikan opinnot eivät vaikuttaneet sisällöllisen osaamisen käsitykseen.

	Taso	Määrä	Pitkä matematiikka	Lyhyt matematiikka
Sisällöllinen osaaminen	Hyvä	2	2	0
	Riittävä	5	3	2
	Vaihteleva	7	1	6

Taulukko 6. Vastaajien käsitykset omasta sisällöllisestä osaamisesta ja lukion matematiikan oppimäärän jakautuminen.

Oman sisällöllisen osaamisen opettamista varten hyvänä käsittävät vastaajat olivat molemmat käyneet lukiossa pitkän matematiikan ja kokivat olleensa erityisesti peruskoulussa taitavia matematiikassa ja olivat saaneet koko kouluaikinsa tukea matematiikan opiskelussa. Molemmat kuitenkin toivat esiin tarpeen kerrata joitain opetettavia sisältöjä, mutta kokivat valmiudet kertaamiseen hyvänä.

“koen kykyäni hyväksi ainakin sillä tasolla, että pystyn nopeasti tarvittaessa kertaamaan sisällöt jos jokin on unohtunut” (Vastaaja 14)

Osaamisensa riittäväksi käsittävistä vastaajista kolme oli käynyt lukiossa matematiikan pitkän oppimäärän ja kaksi lyhyen. Tässä ryhmässä vastaajat eivät tuoneet esille kertaamisen tarvetta, vaan kokivat pärjäävänsä nykyisillä tiedoilla.

“Koen että mulla on riittävät taidot” (Vastaaja 5)

“Mielestäni sisällöllinen osaaminen matematiikassa on ihan ok.” (Vastaaja 3)

Eräs vastaaja tästä ryhmässä pohti oman matemaattisen tiedon sopimista alakoulun sisältöjen opettamiseen. Hän koki omien tietojensa olevan hyvät, mutta painottuvan lukion sisältöihin. Hän pohti myös oman roolin vaihtumista opiskelijasta opettajaksi ja koki muutoksen olevan vielä kesken.

“Koen itseni enemmän matematiikan opiskelijana kuin opettajan, vaikka valmistunkin kohta. Sisällöt muistuvat pitkän matematiikan lukio-opinnoista, mikä ei varmaan vastaa alakoulun sisältöjä.” (Vastaaja 8)

Matematiikan vaikeana ja epämiellyttävänä kokevat käsittivät omat sisällölliset tiedot vaihtelevina. Vain yksi sisällöllisen osaamisen vaihtelevana käsittävä vastaaja oli käynyt lukiossa pitkän matematiikan ja kuusi muuta lyhyen oppimäärän. Ennen luokanopettajaopintoja saatu tuki matematiikan opiskelussa vaihteli suuresti vastaajien kesken, kuten myös kokemukset matematiikan opiskelusta. Myös tässä ryhmässä tuotiin esiin sisältöjen kertaamisen tarve. Alkuopetuksen sisältöjen hallinta koettiin vahvemmaksi, kuin ylempien luokkien sisällöt.

“Jotkin sisällöt, ja se että opettaako matematiikkaa jotenkin väärin.” (Vastaaja 2)

“Alkuopetuksen sisällöt hyvin hallussa, mutta muut luokka-asteet haastavampia.” (Vastaaja 12)

“Kohtalaiseksi. Tarvitsen varmasti paneutumista ja harjoittelua etenkin isompien oppilaiden sisällöissä.” (Vastaaja 10)

5.4.2 Käsitys omista pedagogisista kyvyistä

Pedagogisen osaamisen tasot ovat hyvä, vaihteleva ja hatara ja suurin osa vastaajista käsitti omat pedagogiset kykynsä opettaa matematiikkaa hyvinä (taulukko 7). Vain yksi vastaaja koki pedagogisen osaamisen heikoksi. Vaihtelevaksi omat kykynsä käsitti kolme vastaajaa.

	Taso	Määrä	Pitkä matematiikka	Lyhyt matematiikka
Pedagoginen osaaminen	Hyvä	10	6	4
	Vaihteleva	3	0	3
	Heikko	1	0	1

Taulukko 7. Käsitys omasta pedagogisesta osaamisesta ja matematiikan oppimäärän jakautuminen.

Suurin osa vastaajista koki pedagogisen osaamisensa hyväksi. Tähän ryhmään kuului kaikki matematiikan pitkän oppimäärän lukiossa suorittaneet vastaajat. Osaaminen koettiin yleisesti hyväksi, mutta moni kaipasi käytännön kokemusta. Vastaajat kokivat siis lähtötason opettamiseen olevan hyvä, mutta tiedostavat pedagogisen osaamisen kehittyvän työssä.

“Koen että osaaminen on kunnossa, mutta uskoisin että työvuosien karttuessa osaaminen vahvistuu” (Vastaaja 6)

“Vahvana. Osaan innostaa lapsia ja tarttua hankaluuksien kohdalle sattuesssa.” (Vastaaja 1)

“Kohtalaisen hyvät, ehkä lisäkoulutus toisi lisää varmuutta.” (Vastaaja 8)

“koen kykyni melko hyviksi, on kohtalaisen itsevarma olo opettaa matematiikkaa” (Vastaaja 14)

Vaihtelevan ja heikon osaamisen käsityksen omaavat vastaajat kokivat osaamisen painottuvan erityisesti alkuopetukseen, mutta ylempien luokka-asteiden opetuksen tuntuvan haastavalta. Sama osaamisen painottuminen alaluokkiin tuli esiin myös sisällönhallinnassa.

“Alkuopetuksessa koen olevani vahvoilla, mutta mitä ylemmäs mennään luokissa, sitä heikommalla pohjalla koen olevani.” (Vastaaja 7)

Näissäkin ryhmissä kaivattiin suuresti käytännön kokemusta ja pedagoginen osaaminen oli kehittymässä. Teoreettinen tieto pedagogiikasta oli hallussa, mutta käytännön kokemusta sen soveltamisesta opetukseen ei juuri ollut.

“Kyky on vasta kehittymässä ja vaatii käytännön kokemusta. Teoriassa asioista on hyvin tietoa.” (Vastaja 2)

“Koen omaavani ainakin teoreettisesti hyvän pedagogisen osaamisen matematiikan opettamisessa.” (Vastaja 13)

Oman pedagogisen osaamisen heikoksi määrittelevä vastaja olisi kaivannut opinnoissa lisää matematiikkaan paneutumista. Hän kuitenkin koki olevansa vahvemmillä alkuopetuksessa ja harjoittelun myötä osaavansa huomioida aikaisempaa paremmin erilaisten oppijoiden tarpeet.

“Aika hataraksi kaiken kaikkiaan. Matematiikka on ollut aika vähän opinnoissa. Alkuopetuksen koen vahvimaksi matikan osalta. Yhdessä harkassa pääsin opettamaan ‘heikointa’ tasoryhmää (Rinnakkaisluokat oli jaettu kolmeen tasoryhmään), tämä opetti paljon erilaisten oppijoiden huomioimisesta matematiikassa” (Vastaja 11)

5.4.3 Opetettavien sisältöjen mielekkyys ja osaaminen niihin liittyen

Pedagogisen ja sisällöllisen osaamisen välillä vaikuttaa aineiston perusteella olevan yhteys, sillä vastaajat toivat esiin itselle helppojen sisältöjen oleva miellyttävämpiä opettaa ja itselle haastavien sisältöjen opettamisen olevan haastavaa. Mieluisat opetettavat sisällöt pystyttiin sitomaan helposti käytäntöön ja niiden opettamiseen käytännössä osattiin yhdistää erilaisia menetelmiä tai niihin oli erityisesti paneuduttu opinnoissa. Toisaalta yhteys ei näkynyt yleisellä tasolla niin, että hyvän sisällöllisen osaamisen omaavat vastaajat olisivat myös säännönmukaisesti omanneet hyvän pedagogisen osaamisen.

“Olen perehtynyt opinnoissani alkuopetukseen, minkä vuoksi valintani kuulostivat tutulta” (Vastaja 11)

“Itse hallitsee sisällöt erityisen hyvin ja niiden opettaminen tuntuu sen takia varmalta, joissain taas yhteys tosielämään on selkeä, joihinkin saanut opinnoista erityisen hyviä konkreettisia vinkkejä opetukseen ja siksi tuntuu helpommalta.” (Vastaja 14)

“Konkreettisuus, voi käyttää erilaisia esineitä opetuksen tukena. Oma osaaminen myös vahva valituissa sisällöissä.” (Vastaaja 7)

Sisältöjen merkityksellisyttä oppilaille pohdittiin tekijänä sen opettamisen mieluisuudessa.

“Jokainen sisältö on tärkeää matemaattisen ymmärryksen kannalta, se motivoi opettamaan, koska sisällöt voidaan liittää arkipäiväisiinkin ilmiöihin.” (Vastaaja 13)

Valitessa mielekkäitä opetettavia sisältöjä kaikki valitsivat peruslaskutoimitusten opettamisen ja yli puolet vastaajista valitsi myös kymmenjärjestelmän mieluiten opetettavaksi sisällöksi, kysymyksessä pystyi valitsemaan useamman vaihtoehdon. Peruslaskutoimitukset sekä kymmenjärjestelmä ovat erityisesti alkuopetuksen matematiikassa painottuvia sisältöjä, jotka ovat aikuisilla yleensä hyvin hallinnassa. Sisältöjen merkityksellisyys oppilaille voi selittää sitä, että vastaajat kokivat alkuopetuksen sisältöjen opettamisen itselle mielekkääksi. Toisaalta kolme vastaajaa valitsi kymmenjärjestelmän epämieluisaksi opetettavaksi sisällöksi sen abstraktiuden takia.

Epämiellyttävät opetettavat sisällöt olivat samoja, joissa vastaajien käsitys omasta osaamisesta oli heikompa. Epämieluisiksi opetettaviksi sisällöiksi nimettiin useimmin mittakaava sekä mittayksiköt ja niihin liittyvät muunnokset. Peruslaskutoimitukset ja koordinaatisto ei ollut kenellekään epämieluisa opetettava sisältö.

“En ole koskaan pitänyt geometriasta ja erityisesti mittaamiseen liittyvät laskutoimitukset ja niihin kuuluvat laskukaavat ovat aiheuttaneet aiemmin itselleni päänvaivaa.” (Vastaaja 3)

“Asiat ovat minulle itselleni vaikeita” (Vastaaja 12)

Heikomman osaamisen yhteydessä tuotiin esiin opetuksen toteuttamisen haasteet itselle vaikeamman sisällön kanssa. Sisältöjen haastavuuteen opettamisessa vaikutti erityisesti niiden abstraktius.

“Oma heikompi osaaminen. En myöskään suoralta istumalta osaa sanoa, miten lähtisin asiaa opettamaan oppilaille. Aiheet eivät myöskään ole helposti yhdistettävissä konkretiaan.” (Vastaaja 1)

“Kymmenjärjestelmässä abstraktius, --” (Vastaaja 4)

“Mieluisimpia ovat tietenkin alueet, joissa koen olevani vahvoilla ja joita ymmärrän syvällisemmin. En halua opettaa lapsille matematiikkaa ulkoa opettelemisen periaatteella, joten ne asiat jotka itsekin osaan vain ulkoa tuntuvat luonnollisesti haastavalta opettaa.” (Vastaaja 9)

5.4.5 Vahvuudet ja epävarmuudet opettamisessa

Vastaajista suurin osa nimesi jonkin pedagogiseksi osaamiseksi laskettavan alueen omaksi vahvuudeksi matematiikan opetuksessa. Tämä on linjassa sen kanssa, että suurin osa vastaajista käsitti oman pedagogisen osaamisen hyvänä matematiikan opettamista varten. Pedagoginen osaaminen on jaettu opetusmenetelmiin, sisältöjen esitystapoihin, opetuksen järjestämiseen ja opettajan toimintaan (taulukko 8). Eniten mainintoja tuli opetusmenetelmien alaluokkiin, vastaajat kokivat matematiikan sisältöjen esittämisen ja erilaisten toimintatapojen olevan omia vahvuuksiaan.

Teema	Luokka	Alaluokka
Pedagoginen sisältötieto	Opetusmenetelmät	Toiminnallisuus
		Monipuolisuus
	Esitystavat	Havainnollistaminen
		Konkretia
		Selkeys
		Välineet
		Esimerkit
	Opetuksen järjestäminen	Eriyttäminen
		Yksilöllistäminen
	Opettajan toiminta	Pitkänteisyys
		Motivointi
Ainekohtainen sisältötieto	Sisällöt	Hyvä hallinta

Taulukko 8. Vahvuudet matematiikan opettamisessa.

Toiminnallisuuden tuominen opetukseen koettiin vahvuudeksi pedagogisissa kyvyissä. Myös monipuolisten opetusmenetelmien tunteminen käsitettiin omaksi erityisosaamiseksi. Nämä kaksi alaluokkaa ovat läheisiä toisilleen, sillä toiminnallisuuden voi käsittää myös yhtenä opetusmenetelmänä. Tässä tutkimuksessa toiminnallisuus nousi kuitenkin hyvin vahvasti esille,

joten se muodostaa oman alaluokkansa. Toiminnallisuus ja monipuoliset menetelmät yhdistettiin myös oppilaiden tuntemukseen.

“Toiminnallisuuden tuomisen mukaan opetukseen--” (Vastaaja 2)

“Toiminnalliset työtavat kaikissa alkuopetuksen aiheissa.” (Vastaaja 12)

“Monipuolisten opetusmenetelmien käyttämisen.” (Vastaaja 13)

“--ottaa käyttöön monipuolisia menetelmiä matematiikan opetuksessa, jotta asiat hahmottuvat mahdollisimman hyvin kaikenlaisille oppijoille.” (Vastaaja 9)

Tämän lisäksi vahvuutena koettiin matematiikan sisältöjen esittämiseen liittyvät asiat, kuten selkeys ja havainnollistaminen. Sisältöjä pyritään havainnollistamaan erilaisten esimerkkien ja välineiden kautta, jotka mahdollisesti toisivat sisällöt lähemmäs oppilaan konkreettista kokemusmaailmaa.

“--osaan selkeästi selittää sisällöt ja havainnollistaa” (Vastaaja 14)

“Opetettavien sisältöjen purkaminen eri esineiden kautta (erityisesti alkuopetuksessa). (Vastaaja 7)

“Käytännön esimerkit.” (Vastaaja 4)

Opetuksen eriyttäminen ja järjestäminen yksilöllisesti oli kolmen vastaajan kokema vahvuus.

“Oppilaiden yksilöllinen tukeminen.” (Vastaaja 8)

Eräs vastaajista koki eriyttämisen ja yksilöllistämisen olevan hänen vahvuutensa oman oppimisvaikeuden kautta. Hän koki pystyvänsä ymmärtämään joidenkin oppilaiden tarpeita ja ajattelua paremmin omien kokemusten takia ja näin antamaan heille tarvittavan tuen.

“Oman oppimisvaikeuteni, minkä avulla minun on helpompi ymmärtää joidenkin oppilaiden ajattelua ja tukea heitä paremmin.” (Vastaaja 10)

Opettajan toimintaan liittyviin vahvuuksiin luokiteltiin pitkäjänteisyys ja motivaatio. Ne eivät liity matematiikan opetusmenetelmiin tai esitystapoihin eivätkä opetuksen järjestämiseen, vaan ovat mahdollisesti koko ajan opetuksessa näkyvillä. Moni vastaaja koki kärsivällisyyden ja ajan antamisen oppimiselle olevan omia vahvuuksia. Samalla tiedostetaan oppilaiden erilaiset

tarpeet ja matematiikan luonne, eli edellinen asia tulee osata ennen uuden oppimista, vaikka näitä asioita ei suoraan ilmaistu.

“Pitkän pinnan. Joidenkin oppilaiden kanssa pitää vääntää ja vääntää perusjuttujakin. Koen, etten tällaisissa tilanteissa hermostu, vaan jaksan selittää yhä uudelleen.” (Vastaaja 11)

“Ajan antaminen.” (Vastaaja 4)

Eräs vastaaja koki oman innokkuuden olevan vahvuus matematiikan opettamisessa. Motivaatio omaan työhön on merkittävä tekijä opetuksen toteuttamisessa.

*“Oman innokkuuden ja halun saada oppilaille onnistumisen kokemuksia.”
(Vastaaja 1)*

Vain yksi vastaaja nimesi vahvuudekseen sisältöjen hyvän hallinnan, tämä vastaaja koki matematiikan opiskelun helppona ja miellyttävänä ja oli suorittanut pitkän matematiikan.

“Vahvuus on varmasti se että osaan itse ne asiat hyvin.” (Vastaaja 5)

Samat alueet, jotka osa vastaajista koki vahvuudeksi, toi joillekin epävarmuuden tunnetta. Epävarmuuden kokemuksia tuottavat tekijät on jaettu neljään luokkaan, joista sisältötieto ja pedagoginen sisältötieto liittyvät suoraan opetuksen toteuttamiseen (taulukko 9). Yksilölliset ja ulkoiset tekijät sen sijaan toivat epävarmuuden kokemusta opetuksen ulkopuolelta.

Teema	Luokka	Alaluokka
Opettaminen	Sisältötieto	Sisältöjen hallinta
	Pedagoginen sisältötieto	Eriyttäminen
		Motivointi
		Opetusmenetelmät
Opetuksen ulkopuoliset tekijät	Yksilölliset tekijät	Kokemattomuus
		Omat kokemukset oppijana
	Muu	Ulkoiset tekijät

Taulukko 9. Epävarmuutta matematiikan opetuksessa luovat tekijät.

Moni toi esille sisältöjen hallinnan tuottavan epävarmuutta, mikä on luonnollista, sillä puolet vastaajista käsitti sisällöllisen osaamisensa vaihtelevaksi. Vastaajat, jotka käsittivät sisällöllisen

osaamisen vaihtelevaksi, kokivat sen myös tuovan epävarmuutta matematiikan opettamisessa. Yksi sisältöihin liittyvä epävarmuus oli omista kouluajoista muuttuneet laskutavat, tämän lisäksi itselle vaikeiden sisältöjen avaaminen oppilaille koettiin haasteena.

“Jos käsiteltävät aihepiirit eivät ole itselläni vahvasti hallussa.” (Vastaaja 1)

“Vaikeiden sisältöjen hallitseminen sekä niiden sanoittaminen oppilaiden ymmärrettäväksi.” (Vastaaja 7)

“Sisällöt, jota opetetaan tänä päivänä eri tavalla kuin ‘minun’ kouluaikana, esim nykyään ei käytetä enää jakokulmaa” (Vastaaja 6)

Pedagogisen sisältötiedon alta erityisesti eriyttäminen ja oppilaiden motivointi toivat epävarmuuden kokemuksia. Eriyttämisessä haasteena koettiin niin ylös- kuin alaspäin eriyttäminen ja siihen liitettiin myös motivoinnin haaste. Epävarmuutena koettiin, miten tuoda taitaville oppilaille heidän tarvitsemaansa haastetta, eikä vain hyödyntää heitä apuna opetuksessa. Toisaalta myös miten huomioida ja motivoida oppilaita, joille matematiikka on haastavaa.

“Lahjakkaat oppilaat hermostuttavat. Osaanko tarjota heille mitään, jos heidän ajattelunsa ylittää omani. Tulenko vain käyttämään heitä toisten apuna ja tarjoamaan kyllästyttäviä harjoituksia, jotta pysyn itse perässä.” (Vastaaja 9)

“Ehkä se, että jos jollekin oppilaalle matematiikan oppiminen tuottaa suuria haasteita ja hänen motivaationsa tuntuu karkaavan. Myös toisaalta jos joku oppilas on jo niin taitava, että hänelle on vaikea keksiä ylöspäin eriyttäviä tehtäviä.” (Vastaaja 3)

Vastauksissa pohdittiin riittävän ja liiallisen avun määrää; kuinka tukea oppilasta riittävästi, mutta kuitenkin niin, että hänen oma ajattelunsa pääsee kehittymään eikä opettaja ajattele hänelle kaikkea valmiiksi.

“voimattomuuden tunne, jos oppilas ei saa minulta tarvitsemaansa apua tai tuen oppilasta ‘liikaa’, ettei hänen ajattelunsa itse kehity.” (Vastaaja 8)

Opetusmenetelmiin liittyvät epävarmuudet koskivat erityisesti opettajan oman tiedon esittämistä selkeästi ja havainnollisesti oppilaille. Osassa vastauksissa oma heikompi ymmärrys sisällöstä toi haastetta niiden opettamiseen, mutta myös oma edistynyt osaaminen toi epävarmuutta opettamiseen. Tämä osa-alue siis on yhteydessä sisällölliseen osaamiseen, mutta sekä heikko että vahva sisällöllinen osaaminen voi olla haaste.

“Itselle helppojen asioiden tuominen riittävän selkeästi esiin.” (Vastaja 4)

*“--ja se että opettaako matematiikkaa jotenkin liian sekavasti tai väärin.”
(Vastaja 2)*

Opetusmenetelmissä epävarmuutta toi erilaisten opetustapojen tunteminen ja sisältöjen konkretisointi sekä sitominen arkeen.

“Toiminnallinen matikka--” (Vastaja 5)

“--miten yhdistän matematiikan arkielämään” (Vastaja 13)

Muita epävarmuuden kokemuksia aiheuttavia tekijöitä olivat yksilölliset tekijät, kuten kokemuksen puute, joka nousi myös muissa kysymyksissä esille.

*“Oma kokemattomuus matematiikan opettamisessa. Tämä varmasti karttuu
kunhan pääsen työelämään.” (Vastaja 11)*

Omat kokemukset matematiikan oppijana toivat epävarmuutta opettamiseen. Kyseinen vastaja oli kokenut matematiikan alakoulussa hyvin epämiellyttäväksi, mutta lukiossa opettaja oli saanut muutettua käsitystä.

“Omat muistot matematiikan opiskelusta alakoulussa--” (Vastaja 8)

Myös ulkopuolisia paineita koettiin, joskin niiden lähdettä ei pystytty nimeämään. Luokka-asteella käytäviä sisältöjä tuntui olevan liikaa, jolloin oppilailla ei ole aikaa oppia sisältöjä syvällisesti eikä mihinkään mielekkääseen tekemiseen jää aikaa. Tällä vastaajalla oli takana lyhyt kokemus työelämästä.

*“Kun lapset eivät opi ja kirja etenee hurjaa vauhtia, eikä tunnu jäävän aikaa
pelaamiseen tms toiminnalliseen.” (Vastaja 12)*

5.5 Osaamisen kehittyminen

Tutkimuksessa pyritään selvittämään, miten matematiikan opettamisen taidot ovat kehittyneet luokanopettajakoulutuksessa sekä muissa yliopisto-opinnoissa, mutta myös opintojen ulkopuolella. Käsitys luokanopettajakoulutuksen matematiikan opintojen riittävydestä oli pääosin positiivinen; kahdeksan opiskelijaa piti opintojen määrää ja sisältöä hyvänä, kun taas neljä olisi kaivannut opintoja lisää tai niiden sisältöjen painottumista eri tavoin. Matematiikan monialaisten opintojen määrä vaihteli 5–10 opintopisteen välillä, suurin osa vastaajista oli suorittanut 7 opintopistettä matematiikkaa omassa tiedekunnassa. Taulukossa 10 esitetään tyytyväisyys luokanopettajakoulutuksen matematiikan opettamista tukeviin opintoihin ja niiden painotus vastaajien mukaan.

Koulutus	
Määrä ja sisältö	Tyytyväinen
	Tyytymätön
Painotus	Pedagogiikka
	Sisällöt
	Reflektointi

Taulukko 10. Luokanopettajakoulutuksen matematiikan opettamista tukevat opinnot.

Opintoihin tyytyväiset vastaajat olivat kokeneet tiedon karttuneen erityisesti matematiikan didaktiikan osalta. Opinnoissa oli esitelty erilaisia välineitä opetuksen avuksi, tutustuttu toiminnallisiin työtapoihin, sisältöjen havainnollistamiseen ja selkeään esittämiseen. Opetusmenetelmien lisäksi vastaajien tieto matematiikka-ahdistuksesta oli lisääntynyt.

“Kaksi kurssia antoi kattavan osaamisen. Opintoihin kuului sopivassa suhteessa didaktiikkaa ja omien taitojen kartuttamista. Toki aina voisi tietää enemmän.” (Vastaaja 4)

“matematiikan didaktiikan kurssi omassa yliopistossani oli erittäin hyvä, opettaja oli todella kannustava ja sai paljon konkreettisia ideoita etenkin havainnollistamisen tueksi” (Vastaaja 14)

Vastauksissa tuotiin myös esille matematiikan monialaisten opintojen painottumisen opintojen alkuvaiheeseen, joten osa opintojen sisällöistä oli jo ehtinyt unohtua. Eräs vastaaja pohti, mikä

olisi hänelle riittävä määrä matematiikan opintoja ja oli tyytyväinen omiin opintoihinsa, mutta huolissaan opintojen määrän vähentymisestä.

“Meillä on ollut huiput matikan kurssit! Onneksi sain tehdä vielä 7 op. Toisaalta tuntuu hurjalta että ne oli ohi jo kahden eka vuoden jälkeen, ei muista enää paljoo.” (Vastaaja 5)

Matematiikan monialaisissa opinnoissa oli myös reflektoitu omia kokemuksia matematiikan oppimisessa ja osa koki sen olleen erittäin hyödyllistä omaa opettajuutta ajatellen.

Reflektoinnin merkittäväksi kokeneet vastaajat huomasivat opiskelleensa matematiikkaa pitkään väärällä tavalla ja kokivat matematiikkaan liittyvän ahdistuksen poistuneen. Tämä lisäksi he kokivat kehittyneensä erityisesti matematiikan opettamisen tapojen suhteen.

“Ymmärsin kuinka olen itse oppinut matematiikkaa väärin. Alusta asti olen lähtenyt kasaamaan palikoita huonolle pohjalle, jolloin vaikeammat sisällöt ovat olleet minulle mahdottomia. Lisäksi minulle valkeni, kuinka monipuolisia apuvälineitä matematiikan oppimiseen on olemassa.” (Vastaaja 9)

“Luokanopettajakoulutuksen matematiikan opinnot poistivat minulta ahdistuksen matematiikka kohtaan. Jäi kokemus, että osaan kyllä! Sain paljon konkreettisia ideoita, mitä toteuttaa matematiikan tunneilla.” (Vastaaja 3)

Harjoittelut koettiin tärkeiksi taidon kehittämisessä. Harjoitteluissa opetettu matematiikka oli vahvistanut osaamisen kokemusta ja kehittäneet oppilaiden ja sisältöjen tuntemista.

“Harjoittelut ovat konkretisoineet matematiikan opettamista ja olen suhteellisen luottavainen.” (Vastaaja 8)

“Oppilaiden opettamisen matematiikassa harjoittelussa on tuonut valmiutta tarttua rohkeasti uuden kehittämiseen. Lisäksi oppilaiden yleisten ongelmien hahmottaminen on hyväksi kentälle siirryttäessä.” (Vastaaja 1)

Luokanopettajakoulutuksen lisäksi osaaminen oli kehittynyt eri sivuaineissa, kuten esi- ja alkuopetuksen ja erityispedagogiikan opinnoissa. Vain yksi vastaaja oli suorittanut matematiikan pitkän sivuaineen yliopistossa ja koki sen kehittäneen osaamista.

“Erityispedagogiikan opinnot ovat avanneet uusia tärkeitä näkökulmia erityisesti matematiikan oppimisvaikeuksiin.” (Vastaaja 4)

“Olen opiskellut matematiikan pitkän sivuaineen, joten opinnot ovat tukeneet melko paljon opettamisen taitoja. Olen käynyt muutamia didaktiikan kursseja ja koen omaavani melko laajan teoreettisen taustan matematiikan opettamisesta.” (Vastaaja 13)

Luokanopettajakoulutuksen matematiikan opintoihin tyytymättömät vastaajat eivät kokeneet hyötyneensä opinnoista juurikaan.

“Kohtalaisesti. Tuntuu ettei sieltä jäänyt käteen juurikaan mitään.” (Vastaaja 12)

Oletettavasti samat opinnot käyneillä kahdella vastaajalla Oulun yliopistosta oli vastakkaiset kokemukset opintojen sisällöistä; toinen olisi kaivannut enemmän pedagogista näkökulmaa opintoihin, kun taas toinen koki saaneensa lähinnä vinkkejä opetuksen toteuttamiseen sisältöjen jäädessä vähemmälle huomiolle. Molemmat vastaajat olivat käyneet 7 opintopistettä matematiikka omassa tiedekunnassa Oulun yliopistossa ja arvioivat valmistuvansa vuonna 2021.

“Monialaisten opintojen teko oli tietty jotenkin hyödyllistä. Mielestäni siellä kyllä painotettiin ‘liian vaikeita’ juttuja. Olisi enemmän saanut olla pedagogista näkökulmaa ja konkreettisia harjoituksia kuin meidän yläkoulun matematiikkaa vastaavia kotiläksyjä.” (Vastaaja 11)

“Melko vähän matematiikka on ollut opinnoissa, tuotiin enemmän tapoja opettaa kuin sisältöjä.” (Vastaaja 2)

Taulukossa 11 esitetään matematiikan opettamisen kykyjen kehittymistä tukeneet muut väylät. Osa vastaajista koki, ettei kyky ollut kehittynyt mitenkään luokanopettajakoulutuksen ulkopuolella. Kaksi vastaajaa mainitsi eri väylät kyvyn kehittymisen tukemiseen, mutta suurin osa koki käytännön kokemuksen olleen merkittävin koulutuksen ulkopuolinen tekijä kyvyn kehittämisessä.

	Paikka	Määrä
Kehitys koulutuksen ulkopuolella	Sijaistus	7
	Työkokemus	1
	Muu	2
	Ei missään	5

Taulukko 11. Matematiikan opettamisen kykyjen kehitys luokanopettajakoulutuksen ulkopuolella.

Luokanopettajaopintojen lisäksi matematiikan opettamisen osaaminen oli kehittynyt erityisesti käytännön työssä. Yhdellä vastaajista oli takana lyhyt työkokemus valmistumisen jälkeen ja muilla osaaminen oli kehittynyt sijaisuuksissa. Sijaisuuksien myötä varmuus matematiikan opettamisesta oli vahvistunut ja erilaisten oppijoiden tunteminen kehittynyt.

“Sijaistamiset antaneet onnistumisen kokemuksia.” (Vastaaja 4)

“Olen oppinut kuinka erilaiset ryhmät ja oppijat vaativat erilaista opetusta matematiikan suhteen. Lisäksi olen saanut käytännön harjoitusta, mikä toki on kuivaharjoittelua rikkaampaa.” (Vastaaja 9)

Yksi vastaajista toi esille myös sosiaalisen median opettamiseen liittyvät ryhmät, joissa opettajat voivat jakaa ideoita, ajatuksia ja materiaaleja.

“Erilaisissa facebookin ryhmissä on myös tullut erilaisia vinkkejä ja keskustelua, joita olen lueskellut, pohtinut ja tallentanut” (Vastaaja 11)

Oman pedagogisen osaamisen vaihtelevaksi käsittävistä matematiikan opettamisen taito ei ollut kehittynyt käytännön kokemuksen kautta luokanopettajakoulutuksen ulkopuolella, yhdellä heistä taito oli kehittynyt muualla kuin käytännön työssä ja kahdella ei mitenkään.

“Jos on täytynyt neuvoa asia jollekulle.” (Vastaaja 2)

“Ei lainkaan ole vahvistunut” (Vastaaja 7)

Usean vastaajan pedagoginen osaaminen oli kehittynyt luokanopettajakoulutuksen ulkopuolella, mutta kukaan ei ilmaissut erikseen sisällöllisen osaamisen kehittymistä tai sen aktiivista kehittämistä. Sisällönhallinta on voinut kuitenkin kehittyä huomaamatta käytännön työssä.

6 Johtopäätökset

Tässä luvussa tutkimuksen tuloksia peilataan teoriaan ja aikaisempiin tutkimuksiin. Aluksi tarkastellaan vastaajien käsityksiä pedagogisen osaamisen vaatimuksista luokanopettajille matematiikan opettamisessa oppimisen tavoitteiden ja opettamisen kautta. Tämän jälkeen paneudutaan matematiikan sisällölliseen hallintaan sekä miten pedagoginen ja sisällöllinen osaamisen kehittyminen luokanopettajakoulutuksessa nähdään tuloksien sekä teorioiden valossa.

6.1 Pedagoginen osaaminen

Pedagogista osaamisen tarkastelu alkaa oppimisen tavoitteista, joiden kautta vastaajat pohtivat opettajan pedagogisen osaamisen vaatimuksia matematiikan opetuksessa. Oppimisen tavoitteet ovat muodostuneet Perusopetuksen opetussuunnitelman pohjalta (2014) ja matematiikan asema peruskoulun oppiaineena heijastuu aineistossa. Vastaajien käsityksiä tarkastellaan suhteessa pedagogisen sisältötiedon teorioihin ja käsitykset ovatkin hyvin samansuuntaisia kuin aiemmissa tutkimuksissa ja teorioissa.

6.1.1 Oppimiseen tavoitteet

Aineistossa esiintyneet matematiikan opetuksen tavoitteet ovat nousseet selkeästi Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2014, 234–235) matematiikan oppiaineen tehtävästä, tavoitteista ja sisällöistä. Vastaajien määrittelemissä tavoitteissa ilmeni oppimiskäsitys, jossa oppilas on aktiivinen toimija sekä perusopetuksen laaja-alainen tavoite ajattelu ja oppimaan oppiminen (POPS, 2014, s. 17, 20). Myös oppilaan kokonaisvaltainen kasvaminen ja kehittyminen huomioitiin nostamalla tavoitteisiin positiivinen käsitys itsestä matematiikan oppijana. Tämän perusteella voidaan olettaa vastaajien opetussuunnitelman tuntemuksen olevan hyvä, ja he ovat siihen perehtyneet opintojen aikana tarkemmin matematiikan osalta. Opetussuunnitelman tuntemisen pohjalta on valittu vastaajan omasta mielestä matematiikan merkittävimmät tavoitteet, jotka edustavat vastaajan omaa käsitystä matematiikan opetuksen tarkoituksesta, tehtävästä ja tavoitteista (Shulman, 1987, s. 8).

Kolmeksi toisiaan täydentäviksi ja hierarkkisiksi tavoiteluokiksi muodostui aineistosta laskutaito, käsitteellinen tieto ja tiedon soveltaminen. Vastuksissa nostettiin esiin sujuvan peruslaskutaidon saavuttaminen, mutta sen ei koettu olevan riittävä saavutus, vaan opetuksen

varsinaiseksi tavoitteeksi nostettiin sisältöjen ymmärtäminen ja niiden käyttäminen kouluarjen ulkopuolella. Matematiikan soveltamisen oppiminen ja sen hyödylliseen huomaaminen arjessa onkin määritelty matematiikan oppiaineen tehtäväksi (POPS, 2014, s. 234). Laskutaidon vahvistaminen määritellään käsitteiden, sisältöjen merkintöjen ymmärtämisen ohella yhdeksi oppiaineen tavoitteeksi (POPS, 2014, s. 235).

Vastaajien määrittelemissä tavoitteissa näkyy matematiikan tiedon luonteen kaksi eri puolta; laskutaito, eli proseduraalinen osaaminen ja sisältöjen ymmärtäminen, eli käsitteellinen tieto. Näiden yhdistyessä taitojen soveltaminen arjessa on mahdollista. (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 16; Sfard, 1991, s. 6). Laskutaito käsitetään tärkeänä tavoitteena, mutta yksistään riittämättömänä vaiheena kohti sisältöjen ymmärrystä. Ymmärtämisen ja laskutaidon, eli proseduraalisen ja käsitteellisen tiedon toisiaan täydentävä luonne tulee esiin tiedon soveltamisen alaluokissa, joissa kumpikaan aiemmista tavoitteista ei riitä yksinään, vaan esimerkiksi ongelmanratkaisussa on osattava hyödyntää käsitteellistä tietoa ja valita oikeat proseduurit ongelmanratkaisuun ja tämän jälkeen vielä suorittaa ne oikein (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 10).

6.1.2 Opettamiseen liittyvät käsitykset

Pedagoginen sisältötieto muodostuu tässä tutkimuksessa viidestä eri osa-alueesta (Park & Oliver, 2008), joista erityisesti opetusmenetelmät ja oppilaiden motivointi nousivat aineistossa esiin useasti. Opetusmenetelmät ovat pedagogisen sisältötiedon ydin ja matematiikan ainutlaatuisen luonteen takia sen opetusmenetelmät poikkeavat muista alakoulun oppiaineiden opetuksesta (Shulman, 1986, s. 9). Vastaajat pitivätkin tärkeänä erilaisten opetusmenetelmien tuntemista, ja moni käsitti esimerkiksi toiminnallisen opetusmenetelmän olevan yksi omista vahvuuksista matematiikan opetuksessa.

Oppilaiden motivointi voidaan laskea pedagogisen sisältötiedon oppilaantuntemuksen osa-alueen alle. Motivointi koettiin merkityksellisenä osaamisena, mutta moni koki sen myös tuovan epävarmuuden kokemuksia. Oppilaantuntemus ja motivointi liitettiin aineistossa yhteen, kuten myös Lerkkanen ja Pakarinen (2018) toteavat. Opettajan tuntiessa oppilaat hyvin, hän pystyy hyödyntämään oppilaiden vahvuuksia ja mielenkiinnonkohteita opetusta suunnitellessa ja sitä toteuttaessa, jotta oppiminen olisi mielekästä ja motivoivaa (Lerkkanen & Pakarinen, 2018). Myös erilaiset opetusmenetelmät koettiin tuovan mielekkyyttä oppimiseen ja

motivoivan oppilaita. Niiden käyttö vaatii opettajalta enemmän opetuksen suunnittelua ja ennakkointia. (Ball ym., 2008, s. 401.)

Tieto opetusmenetelmistä voidaan jakaa aine- ja sisältökohtaisiin strategioihin (Magnusson ym., 1999, s. 109–110). Samaa selkeää jakoa ei voinut päätellä aineistosta, mutta viitteitä erityisesti sisältökohtaisista strategioista oli erityisesti sisältöjen opettamisen mielekkyyden pohdinnassa. Sisältökohtaiset strategiat vaativat opettajalta kyseisen sisällön syvällisempää hallintaa (Magnusson ym., 1999, s. 110). Useampi vastaaja toi esiin itselle haastavien sisältöjen opettamisen olevan vaikeaa, ne koettiin abstrakteina ja vaikeina havainnollistaa. Samoin taas itselle helpot sisällöt osattiin yhdistää paremmin konkretiaan tai kehittää niille helposti muita esitys- ja opetustapoja, eli niihin oli jo valmiita sisältökohtaisia opetusstrategioita toisin kuin itselle haastaviin sisältöihin.

Usealle vastaajalle epävarmuuden kokemuksia tuonut opetuksen eriyttäminen ylös- ja alaspäin ei lukeudu suoraan yhteenkään määritellyyn pedagogisen sisältötiedon osa-alueeseen. Se on kuitenkin selkeästi tietoa matematiikan opetuksen toteuttamisesta ja sitä myöten pedagogista sisältötietoa. Eriyttäminen yhdistää vahvasti tiedon opetusmenetelmistä ja oppilaantuntemuksen, mikä tuotiin esille vastauksissa, mutta se vaatii tietoa myös Opetussuunnitelman perusteissa määritellyistä tuen tasoista ja oppimisen tuen tarjoamisesta. Arvioinnin merkitys on myös suuri eriyttämisessä, jotta opettaja voi tarvittaessa yksinkertaistaa tai syventää opetusta. Arviointi jäi kuitenkin hyvin vähälle huomiolle aineistossa. Eriyttämisen ilmeneminen usean vastaajan vastauksissa voi viitata siihen, että luokanopettajaopinnoissa on perehdytty matemaattisiin oppimisvaikeuksiin, mutta tuotu esiin myös taitavien oppilaiden tarpeet ja jokaisen oppilaan yksilöllinen huomiointi on tuleville luokanopettajille merkityksellistä.

6.2 Sisällöllinen osaaminen

Vastauksissa näkyi sama matematiikan tiedon rakenne opettajan sisällöllisessä osaamisessa, kuin oppimisen tavoitteissa. Opettajan tulisi hallita vähintään peruslaskutaito, eli proseduraalinen osaaminen (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 6; Sfard, 1991, s. 4). Tiedon soveltaminen ja ajattelun kehittyminen nähtiin tärkeinä oppimisen tavoitteina, mutta pystyykö opettaja, joka hallitsee vain proseduraalisen osaamisen, opettamaan näitä taitoja. Laskutaitoa tärkeämpänä osaamisensa pidettiin kuitenkin käsitteellistä osaamista eli matemaattisten käsitteiden ymmärtämistä (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 6; Sfard, 1991, s. 3). Lisäksi opettajan

tulisi tuntea matematiikan sisältöjen yhteydet, eli tunnistaa kumulatiivisuus, jotta opetus etenee systemaattisesti. Opettajan tiedon tulisi vähintään olla oppilaiden tavoitteiden tasalla, mutta tiedon tulisi mieluiten olla kuitenkin syvempää kuin oppilaiden osaamisen tavoitteet (Tossavainen & Leppäaho, 2018, s. 297).

Tutkimuksissa on todettu lukion pitkän matematiikan oppimäärän kirjoittaneiden aloittavien luokanopettajaopiskelijoiden selviytyvän alakoulun matematiikan sisältöjä sisältävistä tehtävistä paremmin kuin lyhyen matematiikan kirjoittaneet tai matematiikan kirjoittamatta jättäneet (Hihnala & Leppäaho, 2010, s. 74; Tossavainen & Leppäaho, 2018, s. 296). Pitkän matematiikan kirjoittaneet luokanopettajaopiskelijat omaavat siis paremman matemaattisen sisältötiedon, mutta tässä tutkimuksessa pitkän matematiikan käyneet käsittivät myös pedagogiset kykynsä matematiikan opetuksessa useimmin hyvinä kuin lyhyen matematiikan käyneet. Lyhyen matematiikan käyneillä käsitys omista pedagogisista taidoista matematiikan opetuksessa vaihteli, toisin kuin kaikki pitkän matematiikan käyneet käsittivät kykynsä hyväksi. Onko mahdollista, että pitkän matematiikan käyneet opiskelijat voivat keskittyä opinnoissa enemmän pedagogiikkaan, kun taas lyhyen matematiikan käyneet joutuvat myös kertaamaan sisältöjä.

Toinen mahdollinen selitys on pedagogisen ja matemaattisen sisältötiedon yhteys toisiinsa, joka on todettu myös kansainvälisissä tutkimuksissa (Kind & Chan, 2019, s. 2). Aineistossa vahva osaaminen tietyissä sisällöissä on yhteydessä niiden opettamisen mielekkyyteen. Pitkän matematiikan käyneillä vastaajilla voi olla vahvempi osaaminen useammasta sisällöstä, jolloin ne tuntuvat myös helpommilta opettaa. Sisällönhallinta muodostaa kuitenkin pohjan pedagogiselle tiedolle (Ernest, 1989, s. 16) eikä pedagoginen tietämys ilman sisältöä ole tarkoituksenmukaista opetuksessa. Toisaalta pelkkä sisällönhallinta ei ole riittävää opetusta varten (Shulman, 1986, s. 8). Hyvä matemaattinen ymmärrys mahdollistaa laajan valikoiman tapoja selittää matematiikan sisältöjä, joten hyvä matemaattinen osaaminen jo ennen luokanopettajankoulutusta voi edistää pedagogista osaamista matematiikan opetuksessa (Krauss ym., 2008, s. 716).

Hyvä matemaattinen osaaminen ei kuitenkaan takaa hyviä pedagogisia taitoja (Shulman, 1987, s. 6), mikä tuotiin esiin myös vastauksissa. Osassa vastauksissa nousi esiin oman ajattelun yksinkertaistamisen haaste, jotta oppilaiden olisi mahdollista ymmärtää sisältö. Ball ja kumppanit (2008, s. 400) määrittelevät tämän olevan juuri opettajalle tyypillisen spesiaalinen sisältötiedon erityispiirre. Aikuisten automatisoitunut hiljainen matemaattinen tieto tulee olla

opettajan työssä purettuna ja sanallistettuna, jotta hän voi auttaa oppilasta rakentamaan käsitystä sisällöistä. Itselle helpot sisällöt koettiin aineistossa myös välillä haastaviksi opettaa, sillä oma tieto on jo niin automatisoitunutta.

6.3 Kykyjen kehittyminen koulutuksen aikana

Vastaajat olivat pääosin tyytyväisiä luokanopettajakoulutuksen matematiikan opetusta tukeviin opintoihin, oletettavasti suurin osa opinnoista oli jo takana, sillä kyselyyn pyydettiin osallistumaan maisterivaiheen luokanopettajaopiskelijoita ja vasta valmistuneita. He pystyvät siis arvioimaan opintojen mielekkyyttä kokonaisuutena, niin ettei opinnoista ole kuitenkaan kulunut pitkää aikaa. Opinnot koettiin melko teoriapainotteisiksi, ja opettajankoulutuksen haasteena onkin teorian ja käytännön yhdistäminen kokonaisuudeksi, joka tukee työelämään siirtymistä (Pantić & Wubbels, 2010, s. 109). Rantalan ja kollegoiden mukaan (2011, s. 70) luokanopettajakoulutus on akateeminen yliopistokoulutus, jonka yhtenä tavoitteena on myös tuottaa uutta kasvatustieteellistä tutkimusta. Tämän mukaan on perusteltua, että koulutus on teoreettista ja siihen kuuluu tieteenalaopintoja pelkkien käytännönläheisten opintojen lisäksi (Rantala ym., 2011, s. 70).

Käytännön kokemuksen kaipuu viittaa opettajan osaamisen dynaamiseen luonteeseen ja koulutuksen muodostavan vasta pohjan osaamiselle (Metsäpelto ym., 2020, s. 3; Toom, 2017, s. 803). Erityisesti pedagogisen sisältötiedon katsotaan kehittyvän varsinaisesti vasta käytännön työssä (Shulman, 1986, s. 6) ja sijaisuuksia tehneet vastaajat käsittivät pedagogisen osaamisen useammin hyvänä kuin ne, joilla kokemusta työelämästä ei vielä ollut. Koulutuksessa voitaisiin vastata käytännön kokemuksen kautta karttuvaan tietoon tarkkaan suunnitelluilla ja ohjatuilla harjoitteluilla, joiden kanssa samaan aikaan käydään tiiviisti myös tieteenalaopintoja yliopistolla (van Driel & Berry, 2017, s. 571).

Vastaajat kokivat matematiikan opintojen painottuneen pedagogiikkaan ja didaktiikkaan, mikä on luonnollista, sillä luokanopettajat ovat ensisijaisesti kasvatuksen asiantuntijoita, eivätkä matematiikan sisältöjen asiantuntijoita (Krzywacki & Portaankorva-Koivisto, 2018, s. 281). Opintojen painotukseen oltiin pääosin tyytyväisiä ja vastaajat olivat valmiita täydentämään sisällöllistä osaamistaan niiden alueiden osalta, joihin ei ollut opinnoissa painotettu ja oma osaaminen niiden suhteen koettiin heikoksi. Osa koki erityisesti omien kokemusten reflektoinnin olleen merkityksellistä omalle kehitykselle matematiikan opettajana.

Koulutuksessa oli siis saavutettu myös opettajan roolin lisäksi oppijan asema, joka edistää myös ammatillista kehitystä (van Driel & Berry, 2017, s. 570–571).

Aineiston perusteella maisterivaiheen luokanopettajaopiskelijat ja vastavalmistuneet luokanopettajat käsittävät pedagogiset kykynsä opettaa matematiikkaa hyvinä. Moni kaipasi käytännön työn tuomaa kokemusta ja varmuutta, mikä viittaa pedagogisen sisältötiedon kehittymiseen vasta käytännössä (Hashweh, 2005, s. 278). Opinnot ovat antaneet hyvän pedagogisen teoriapohjan käytännön työlle, jossa pääsee todella arvioimaan, minkälainen opetus on tietylle ryhmälle toimivinta.

7 Pohdinta

Laadullisen tutkimuksen luotettavuutta arvioitaessa arvioidaan erityisesti tutkijan toimintaa ja kuinka hyvin hän pystyy perustelemaan tutkimuksen aikana tehtyjä ratkaisuja ja esittämään ajatteluaan (Vilka, 2021). Tutkijan omat ennakkokäsitykset ohjaavat tutkimusta jo aiheenvalinnan ja sen muotoilun kautta (Aaltio & Puusa, 2011, s. 159). Tässä tutkimuksessa tutkijan oma mielenkiinto matematiikan opettamiseen ja aiemmin tehty kandidaatin tutkielma on ohjannut aiheen sekä teoreettisen viitekehyksen muodostumista. Pro gradu -tutkielmassa tutkijalla on rooli myös opiskelijana ja tämän tutkimuksen kohteena luokanopettajakoulutus tuo haasteen, sillä tutkijalla itsellään on omakohtainen kokemus ja käsitykset tutkimuskohteesta. Laadullisessa tutkimuksessa tämä tutkijan ja tutkimuskohteen läheinen suhde tunnistetaan ja tuodaan esiin, eikä täysin objektiivisten havaintojen teko ole mahdollista (Aaltio & Puusa, 2020).

Tutkimuksessa tulee pyrkiä johdonmukaisuuteen ja loogisuuteen käsitteiden, teorioiden, analyysin ja johtopäätösten suhteen, tästä Eskola ja Suoranta (1998, s. 213) sisäisen validiteetin käsitettä. Tässä tutkimuksessa teoreettinen viitekehys pohjautuu Shulmanin (1986) kehittämään opettajan tiedon teorian sisältötiedon ja pedagogisen sisältötiedon käsitteisiin, joiden kautta on etsitty ajankohtaista tutkimusta aiheesta. Teoria on ohjannut vahvasti aineistonkeruussa käytetyn kyselylomakkeen muodostamista, joten aineisto on myös selkeästi liitettävissä teoriaan johtopäätöksissä. Ulkoisen validiteetin Eskola ja Suoranta (1998, s. 213) määrittelevät aineiston ja tehtyjen tulkintojen väliseksi yhteydeksi. Tuloksien ja aineiston välistä yhteyttä sekä analyysin toteuttamista on pyritty tuomaan esiin aineistosta nostetuilla lainauksilla, joilla pyritään havainnollistamaan, miksi kyseisiin tuloksiin ja päätelmiin on päädytty. Tämän lisäksi on esitetty analyysin etenemisvaiheet eri ilmiöitä analysoitaessa. Tutkijan päättelyketjuja ja ajattelua on pyritty tekemään näkyväksi, mikä lisää tutkimuksen luotettavuutta (Aaltio & Puusa, 2011, s. 156; Eskola & Suoranta, 1998, s. 216).

Tämän tutkimuksen aineisto on kerätty kyselylomakkeella, jota jaettiin sosiaalisen median opettajille tarkoitetuissa ryhmissä ja yhdessä Whatsapp-sovelluksen ryhmässä, jossa tutkija itse on jäsenenä. Vallin ja Perkkilän (2018) mukaan verkkokyselyt ovat tehokas tapa saavuttaa suuria määriä kohderyhmää, mutta kiinnostuksen herättäminen, niin että kohderyhmän saa vastaamaan kyselyyn, on haastavaa. Avoimesti Internetissä jaettujen kyselylomakkeiden haasteena on, kuten tässäkin tutkimuksessa, ettei vastaajien todellisia taustoja voi tarkistaa ja todentaa, kuuluvatko he todella tutkimuksen kohderyhmään (Valli & Perkkilä, 2018). Tämän

tutkimuksen kyselylomakkeen kysymykset vaativat tuntemusta luokanopettajan työstä ja vastausten perusteella kaikki tutkimukseen osallistuneet kuuluivat kohderyhmään, joskin sitä ei voi tarkistaa vastaajien anonymiteetin takia.

Vallin (2018) mukaan kyselylomakkeen suunnittelulla on suuri merkitys tutkimuksen onnistumisessa, sillä tutkijalla ei ole mahdollisuutta palata kysymään tarkentavia kysymyksiä vastaajilta. Toisaalta myös vastaajien saattaa olla vaikea ymmärtää, mitä tutkija on halunnut kysymyksellä selvittää. Kyselylomake sisälsi lähinnä avoimia kysymyksiä, joiden muotoiluun tulee erityisesti kiinnittää huomiota (Valli, 2018). Yhdessä kysymyksessä tulisi kysyä vain yhtä asiaa, jotta vastaaminen sekä vastausten tulkinta olisi selkeää (Vilkka, 2021). Kyselylomaketta käytiin läpi työn ohjaajan kanssa ennen sen lähettämistä kohderyhmälle, jotta se noudattaisi edellä mainittuja kriteerejä. Kyselyn pilotointi olisi lisännyt tutkimuksen luotettavuutta ja kyselylomakkeen toimivuutta aineistonkeruumenetelmänä (Vilkka, 2021), mutta aikataulullisista syistä pilotointia ei tehty. Erityisesti kysymys numero 16 (Mistä matematiikan sisältöjen oppiminen koostuu alakoulussa?) oli vastaajien mukaan haastava tai sitä ei ymmärretty, mutta vastauksia pystyi silti hyödyntämään tutkimuksessa.

Kyselylomakkeen muodostamisessa tärkeää on kysymysten yksiselitteisyyden lisäksi sen eteneminen johdonmukaisesti ja pituus (Vilkka, 2021). Kysely oli jaettu kolmelle sivulle, joista ensimmäisellä kysyttiin taustatietoja, toisella matematiikan opettamiseen liittyviä käsityksiä ja kolmannella arvioitiin kahden kokeen toimivuutta oppilasarvioinnissa. Kyselyä ja aihetta yleisesti sai kommentoida vapaasti viimeisessä kysymyksessä. Kysely eteni vastaajien mukaan selkeästi aiheessa eteenpäin, mutta he kommentoivat sen olleen liian pitkä. Lomakkeen viimeisen sivun kysymyksiin olikin joissakin tapauksissa vastattu selvästi lyhyemmin kuin kahden ensimmäisen sivun kysymyksiin. Tämän takia kokeen arviointiin liittyviä analyysin sopivia vastauksia oli vähemmän ja kokeiden tarkastelu jätettiin tutkimuksessa pienemmälle huomiolle.

Laadullisessa tutkimuksessa aineiston koko ei ole samalla lailla olennainen kysymys kuin määrällisessä tutkimuksessa, sillä tavoitteena ei ole tilastolliset yleistettävyydet vaan ymmärryksen laajentamien ilmiöstä (Tuomi & Sarajärvi, 2018). Toisaalta ilmiön kattavaan kuvaukseen tarvitaan riittävän laaja aineisto (Eskola & Suoranta, 1998, s. 63), tässä tapauksessa useampi vastaaja kyselylomakkeeseen. Laadullisessa tutkimuksessa aineiston riittävyttä voi arvioida sen kylläntymisen kautta, eli milloin aineistossa alkaa toistua tietyt piirteet, eikä uusia merkittäviä asioita enää ilmene (Tuomi & Sarajärvi, 2018). Eskolan ja Suorannan (1998, s. 63)

mukaan jo 15 vastausta riittää aineiston kylläntymiseen. Tähän tutkimukseen osallistui 14 vastaajaa ja aineistossa alkoi toistua erityisesti pedagogisen osaamisen osalta samat piirteet. Toisaalta jos vastaajia olisi ollut 20, aineiston kylläntyminen olisi ollut todennäköisempää ja ilmiöstä olisi saatu entistä kattavampi kuva. Joskin ilmiöitä kuvattaessa ei voida koskaan tavoittaa niiden kaikkia puolia.

Mahdollisia jatkotutkimusaiheita tämän tutkimuksen jälkeen voisi olla seurantatutkimus, jossa tarkastellaan saman tutkimusryhmän matematiikan opettamiseen liittyviä käsityksiä heti luokanopettajakoulutuksen alussa, sen loppupuolella ja mahdollisesti vielä muutaman vuoden työkokemuksen jälkeen. Tutkimuksen avulla voitaisiin selvittää, millä tavalla opiskelijoiden käsitykset matematiikan opettamisesta muuttuvat. Työelämässä toimimisen kautta voitaisiin tarkastella myös, tulisiko koulutukseen lisätä jotain olennaista matematiikan opetukseen liittyen ja voitaisiinko matematiikan opintoja kehittää vastaamaan paremmin työelämän vaatimuksia.

Toinen mahdollinen tutkimus on vertaileva tutkimus luokanopettaja- ja aineenopettajaopiskelijoiden käsityksistä ja kyvyistä opettaa matematiikkaa. Koulutusten painotus eroaa suuresti toisistaan ja matematiikan aineenopettajien koulutus koostuu pääosin matematiikan sisältöihin keskittyvistä opinnoista, jonka lisäksi käydään opettajan pedagogiset opinnot, kun taas luokanopettajien koulutus on kasvatustieteeseen perustuvaa ja sisältää opetettavien aineiden monialaiset opinnot, halutessaan opiskelija voi syventää matematiikan osaamistaan sivuaineessa. Tutkimuksessa pyrittäisiin selvittämään, millä tavalla koulutuksen erot vaikuttavat opettajan osaamiseen; onko aineenopettajien sisällöllinen osaaminen pedagogista vahvempaa ja tarjoaako kumpikin koulutus riittävät kyvyt opettaa matematiikkaa?

Tämän tutkimuksen perusteella olisi myös mielenkiintoista selvittää, onko lukiossa käydyllä matematiikan oppimäärällä yleisemmin yhteyttä luokanopettajaopiskelijoiden käsityksiin omista pedagogisista kyvyistä opettaa matematiikkaa. Tässä tutkimuksessa oli viitteitä yhteydestä, mutta näin pienen aineiston perusteella ei voi tehdä yleistyksiä laajemmin. Vaikka tässä tutkimuksessa ei paneuduttu luokanopettajaopiskelijoiden todelliseen matematiikan osaamiseen, voisi olla hyödyllistä selvittää, vaikuttaako uudistunut opiskelijavalintajärjestelmä, jossa painotetaan voimakkaammin matematiikan ylioppilasarvosanan merkitystä, aloittavien luokanopettajien matematiikan osaamisen tasoon. Aikaisempia tutkimuksia aiheesta on jonkin verran, joten vertailu olisi mahdollista. Jos luokanopettajaopiskelijoiden matematiikan osaamisen taso on korkeampi, voitaisiinko opinnoissa painottaa aikaisempaa enemmän didaktiikkaan ja jättää sisältöjen kertaaminen pienempää osaan.

Lähteet

- Aaltio, I. & Puusa, A. (2020). Mitä laadullisen tutkimuksen arvioinnissa tulisi ottaa huomioon? Teoksessa P. Juuti & A. Puusa (toim.), *Laadullisen tutkimuksen näkökulmat ja menetelmät*. Gaudeamus.
- Aaltio, I. & Puusa, A. (2011). Laadullisen tutkimuksen luotettavuus. Teoksessa A. Puusa & P. Juuti (toim.), *Menetelmäviidakon raivaajat : perusteita laadullisen tutkimuslähestymistavan valintaan* (s. 153–166). JTO.
- Ahonen, S. (1994). Fenomenografinen tutkimus. Teoksessa L. Syrjälä, S. Ahonen, E. Syrjäläinen & S. Saari (toim.), *Laadullisen tutkimuksen työtapoja* (s. 113–161). Kirjayhtymä Oy.
- Alasuutari, P. (1999). *Laadullinen tutkimus* (3. uud. p.). Vastapaino.
- Aunio, P., Hautamäki, J. & Mononen, R. (2018). Matematiikan oppimisen ja oppimisvaikeuksien pedagoginen arviointi. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen* (s. 240–257). Niilo Mäki Instituutti.
- Ball, D. (1991). Research on teaching mathematics : Making subject-matter knowledge part of the equation. Teoksessa J. Brophy (toim.), *Advances in research on teaching. Teachers's knowledge of subject matter as it rates to their teaching practise*. (s. 1–48). JAI Press Inc.
- Ball, D., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching : What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Berry, A., Depaepe, F. & van Driel, J. (2016). Pedagogical content knowledge in teacher education. *International handbook of teacher education* (s. 347–386). Springer.
- Blömeke, S. (2015). Beyond Dichotomies : Competence Viewed as a Continuum. *Zeitschrift Für Psychologie*, 223(1), 3–13. <https://doi.org/10.1027/2151-2604/a000194>
- Carillo, J., Climent, N., Contreras, L. & Munoz-Catalan, M. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. Teoksessa B. Ubuz, C. Haser & M. Mariotti (toim.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (s. 2985–2994). Middle East Technical University ja ERME.
- Deng, Z. (2018). Pedagogical content knowledge reconceived : Bringing curriculum thinking into the conversation on teachers' content knowledge. *Teaching and Teacher Education*, 72, 155–164. <https://doi.org/https://doi-org.pc124152.oulu.fi:9443/10.1016/j.tate.2017.11.021>

- Depaepe, F., Verschaffel, L. & Kelchtermasn, G. (2013). Pedagogical content knowledge : A systematic review of the way in which the concept has pervaded mathematics educational research. *Teaching and Teacher Education*, 34, 12–25. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2013.03.001>
- Ernest, P. (1989). The Knowledge, Beliefs and Attitudes of the Mathematics Teacher: a model. *Journal of Education for Teaching : JET*, 15(1), 13–33.
- Eskola, J. & Suoranta, J. (1998). *Johdatus laadulliseen tutkimukseen*. Vastapaino.
- Evens, M., Elen, J., Larmuseau, C. & Depaepe, F. (2018). Promoting the development of teacher professional knowledge : Integrating content and pedagogy in teacher education. *Teaching and Teacher Education*, 75, 244–258. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2018.07.001>
- Halinen, I., Hotulainen, R., Kauppinen, E., Nilivaara, P., Raami, A. & Vainikainen, M. (2016). *Ajattelun taidot ja oppiminen*. PS-Kustannus.
- Hashweh, M. Z. (2005). Teacher Pedagogical Constructions: A Reconfiguration of Pedagogical Content Knowledge. *Teachers and Teaching: Theory and Practice*, 11(3), 273–292. <http://pc124152.oulu.fi:8080/login?url=http://www.informaworld.com/openurlgenre=article&id=doi:10.1080/13450600500105502>
- Helsinki. Kasvatusalan valintayhteistyöverkosto, todistusvalinta. Haettu 16.4.2021 osoitteesta <https://www2.helsinki.fi/fi/verkostot/kasvatusalan-valintayhteistyoverkosto/todistusvalinta>
- Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics : An introductory analysis. Teoksessa J. Hiebert (toim.), *Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics* (s. 1–27). Lawrence Erlbaum Ass.
- Hihnala, K. (2005). *Laskutehtävien suorittamisesta käsitteiden ymmärtämiseen: peruskoululaisen matemaattisen ajattelun kehittyminen aritmetiikasta algebraan siirryttäessä*. [väitöskirja, Jyväskylän yliopisto]. Jyväskylän yliopisto : jakaja: Jyväskylän yliopiston kirjasto. <https://oula.finna.fi/Record/oy.999082413906252>.
- Hihnala, K. (2011). Miten opetussuunnitelmaa jäsentämällä voitaisiin parantaa matematiikan perusopetusta? Teoksessa E. Pehkonen (toim.), *Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkataidoista* (s. 83–94). Helsingin yliopisto.
- Hihnala, K. & Leppäaho, H. (2010). Luokanopettaja- ja erityisopettajaopiskelijoiden perusmatematiikan taidot opintojen alussa. Teoksessa K. Juuti, A. Kallioniemi, P. Seitamaa-Hakkarainen, L. Tainio & A. Uitto (toim.), *Ainedidaktikka moninaistuvassa maailmassa : Ainedidaktinen symposium 2010*, (s. 70–82).

- Husu, J. & Toom, A. (2016). *Opettajat ja opettajankoulutus – suuntia tulevaan. Selvitys ajankohtaisesta opettaja- ja opettajankoulutustutkimuksesta opettajankoulutuksen kehittämisohjelman laatimisen tueksi*. Opetus- ja kulttuuriministeriö.
- Huusko, M. & Paloniemi, S. (2006). Fenomenografia laadullisena tutkimussuuntauksena kasvatustieteissä. *Kasvatus: Suomen Kasvatustieteellinen Aikakauskirja*, 37(2) <https://oula.finna.fi/Record/arto.1384433>
- Häkkinen, K. (1996). *Fenomenografisen tutkimuksen juuria etsimässä : teoreettinen katsaus fenomenografisen tutkimuksen lähtökohtiin*. Jyväskylän yliopisto, opettajankoulutuslaitos.
- Jakobsen, A., Thames, M. & Ribeiro, C. Delineating issues related to Horizon Content Knowledge for mathematics teaching. Teoksessa B. Ubuz, C. Haser & M. Mariotti (toim.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (s. 3125–3134). Middle East Technical University ja ERME.
- Joutsenlahti, J. (2003). Kielentäminen matematiikan opiskelussa. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.), *Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta: ainedidaktinen symposium 7.2.2003* (s. 188–196). Turun opettajankoulutuslaitos.
- Joutsenlahti, J. & Perkkilä, P. (2021). Murtoluku vai suhde? *FMSEJA Journal*, 4(1), 61–74. <https://journal.fi/fmsera/article/view/95634>
- Joutsenlahti, J. & Tossavainen, T. (2018). Matemaattisen ajattelun kielentäminen ja siihen ohjaaminen koulussa. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen* (s. 410–431). Niilo Mäki Instituutti.
- Joutsenlahti, J. (2005). *Lukiolaisen tehtäväorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä - 1990-luvulla pitkän matematiikan opiskelijoiden matemaattisen osaamisen ja uskomusten ilmentämänä*. [väitöskirja, Tampereen yliopisto]. Tampere University Press : Taju [jakaja].
- Juuti, K. & Lavonen, J. (2018). Opettaja voi tukea oppilaan kiinnostuksen kehittymistä. Teoksessa K. Salmela-Aro (toim.), *Motivaatio ja oppiminen*. PS-kustannus.
- Jyrhämä, R., Hellström, M., Uusikylä, K. & Kansanen, P. (2016). *Opettajan didaktiikka*. PS-kustannus.
- Kakkori, L. & Huttunen, R. (2014). Fenomenologia, hermeneutiikka ja fenomenografinen tutkimus. Teoksessa A. Saari, O. Jokisaari & V. Värri (toim.), *Ajan kasvatus: kasvatusfilosofia aikalaiskritiikkinä* (s. 367–401). Tampere University Press.
- Kansanen, P. (2009). Subject-matter didactics as a central knowledge base for teachers, or should it be called pedagogical content knowledge? *Pedagogy, Culture & Society*, 17(1), 29–39. <https://doi.org/10.1080/14681360902742845>

- Kind, V. & Chan, K. K. H. (2019). Resolving the amalgam : connecting pedagogical content knowledge, content knowledge and pedagogical knowledge. *International journal of science education*, 41(7), 964–978. <https://doi.org/10.1080/09500693.2019.1584931>
- Krauss, S., Brunner, M., Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M. & Jordan, A. (2008). Pedagogical content knowledge and content knowledge of secondary mathematics teachers. *Journal of Educational Psychology*, 100(3), 716–725. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.100.3.716>
- Krzywacki, H. & Portaankorva-Koivisto, P. (2018). Suomalainen matematiikan opettaja. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen* (s. 279–292). Niilo Mäki Instituutti.
- Kupari, P., Vettenranta, J. & Nissinen, K. (2012). *Oppijälhtöistä pedagogiikkaa etsimään : kahdeksannen luokan oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden osaaminen : kansainvälinen TIMSS-tutkimus Suomessa*. Jyväskylän yliopisto, koulutuksen tutkimuslaitos.
- Laine, A. & Hannula, M. (2010). Matematiikan didaktiikka luokanopettajakoulutuksessa. Teoksessa Kallioniemi A., Toom A., Ubani M. & Linnansaari H.(toim.), *Akateeminen luokanopettajakoulutus: 30 vuotta teoriaa, käytäntöä ja maistereita* (s. 197–212). Suomen kasvatustieteellinen seura.
- Laitinen, M., Rantamäki, H. & Joutsenlahti, J. (2015). Puhutko matematiikkaa? Teoksessa T. Kaartinen (toim.), *Monilukutaito kaikki kaikessa* (s. 132–154). Tampereen yliopiston normaalikoulu.
- Leino, J. (2004). Konstruktivismi matematiikan opetuksessa. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.), *Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen* (s. 20–31). Niilo Mäki Instituutti.
- Leinonen, J. (2018). *Matematiikan ymmärtämisestä : käsitteistä käytäntöön*. Lapin yliopisto.
- Leppäaho, H., Joutsenlahti, J., Laine, A. & Tuominen, A. (2012). Tietoa ja työkaluja luokanopettajaopiskelijoiden matematiikan taitojen kehittämiseen. Teoksessa E. Yli-Panula, K. Merenluoto & A. Virta (toim.), *Koulu ja oppiaineiden monet kulttuurit : ainedidaktinen symposiumi Turussa 11.2.2011*, (s. 105–121).
- Lerkkanen, M. & Pakarinen, E. (2018). Opettajan merkitys oppimismotivaatiolle. Teoksessa K. Salmela-Aro (toim.), *Motivaatio ja oppiminen*. PS-kustannus.
- Magnusson, S., Borko, H. & Krajcik, J. (1999). Nature, sources, and development of pedagogical content knowledge for science teaching. Teoksessa J. Gess-Newsome & N. Lederman (toim.), *Examining Pedagogical content Knowledge* (s. 95–132). Kluwer Press.

- Metsäpelto, R., Poikkeus, A., Heikkilä, M., Heikkinen-Jokilahti, K., Husu, J., Laine, A., Lappalainen, K., Lähteenmäki, M., Mikkilä-Erdmann, M. & Warinkoski, A. (2020). *Conceptual framework of teaching quality: A Multidimensional Adapted Process Model of Teaching*. Julkaisematon materiaali. <https://psyarxiv.com/52tcv>
- Niemi, H., Toom, A. & Kallioniemi, A. (2012). *Miracle of Education : The Principles and Practices of Teaching and Learning in Finnish Schools (1st ed. 2012.)*. Sense Publishers.
- Niemi, L., Metsämuuronen, J., Hannula, M. & Laine, A. (2020). Matematiikan parhaaksi osaajaksi kehittyminen perusopetuksen aikana. *Ainedidaktikka*, 4(1), 2–23. <https://doi.org/10.23988/ad.83384>
- Niikko, A. (2003). *Fenomenografia kasvatustieteellisessä tutkimuksessa*. Joensuun yliopisto.
- Opetushallitus. (2014). *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014*. Opetushallitus.
- Opintopolku. (16.4.2021). Yliopistojen todistusvalinnan pisteytykset. Haettu osoitteesta <https://opintopolku.fi/wp/opo/korkeakoulujen-haku/mika-korkeakoulujen-opiskelijavalinnoissa-muuttuu-vuoteen-2020-menessa/yliopistojen-todistusvalinnat-2020/#kalops>
- Pantić, N. & Wubbels, T. (2010). Teacher competencies as a basis for teacher education – Views of Serbian teachers and teacher educators. *Teaching and Teacher Education*, 26(3), 694–703. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2009.10.005>
- Park, S. & Oliver, S. (2008). Revisiting the Conceptualisation of Pedagogical Content Knowledge (PCK): PCK as a Conceptual Tool to Understand Teachers as Professionals. *Research in Science Education*, 38(3), 261–284. <https://doi.org/10.1007/s11165-007-9049-6>
- Pehkonen, E. (2011). Matemaattinen ajattelu ja ymmärtäminen. Teoksessa E. Pehkonen (toim.), *Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkataidoista* (s. 11–28). Helsingin Yliopisto.
- Pehkonen, E. & Rossi, M. (2018). *Hyvää matematiikan opetusta etsimässä*. MFKA-Kustannus Oy.
- Peppi. (26.4.2021). Opinto-opas. Haettu osoitteesta <https://opas.peppi oulu.fi/fi/opintojakso/406052A/7161>
- Perkkilä, P., Joutsenlahti, J. & Sarenius, V. (2018). Peruskoulun matematiikan oppikirjat osana oppimateriaalitutkimusta . Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen* (s. 344–267). Niilo Mäki Instituutti.
- Pietilä, A. (2002). *Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva : matematiikkakokemukset matematiikkakuvan muodostajina*. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. <https://oula.finna.fi/Record/oy.997334913906252>

- (2019). *PISA 18 ensituloksia*. opetus- ja kulttuuriministeriö.
- Puusa, A. (2020). Näkökulmia laadullisen aineiston analysointiin. Teoksessa A. Puusa & P. Pulli (toim.), *Laadullisen tutkimuksen näkökulmat ja menetelmät*. Gaudeamus.
- Puusa, A. & Juuti, P. (2011). Mitä laadullinen tutkimus on? Teoksessa A. Puusa & P. Juuti (toim.), *Menetelmäviidakon raivaajat : perusteita laadullisen tutkimuslähestymistavan valintaan* (s. 47–57). Johtamistaidon opisto.
- Rantala, J. (2012). Ainedidaktiikan ja aineenhallinnan opetus luokanopettajaopinnoissa. Teoksessa A. Kallioniemi & A. Virta (toim.), *Ainedidaktikka tutkimuskohteena ja tiedonalana* (s. 98–117). Suomen kasvatustieteellinen seura.
- Repo, S. (1997). Matemaattisen käsitteen konstruoiminen symboli-laskennan ohjelman avulla. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari & P. Malinen (toim.), *Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen* (s. 316–335). Niilo Mäki -Instituutti.
- Sahlberg, P. (2010). *The Secret to Finland's Success: Educating Teachers*. Stanford Center for Opportunity Policy in Education.
- Sfard, A. (1991). On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections on Processes and Objects as Different Sides of the Same Coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1–36.
- Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Shulman, L. J. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1–21. <https://people.ucsc.edu/~ktellez/shulman.pdf>
- Silfverberg, H. (2017). Opetussuunnitelmauudistuksen implikoima tavoitetason nousu matematiikassa ja luonnontieteissä - totta vai tarua? *FMSERA Journal*, 1(1), 22–31. <https://journal.fi/fmsera/article/view/61024>
- Siljander, P. (2014). *Systemaattinen johdatus kasvatustieteeseen : peruskäsitteet ja pääsuuntauksset*. Vastapaino.
- Toom, A. (2017). Teachers' Professional and Pedagogical Competencies: A Complex Divide between Teacher Work, Teacher Knowledge and Teacher Education. Teoksessa D. Clandinin & J. Husu (toim.), *The SAGE handbook of research on teacher education: 2* (s. 803–819). SAGE Publications Ltd.
- Toom, A. & Husu, J. (2012). Finnish Teachers as "Makers of Many": Balancing between Broad Pedagogical Freedom and Responsibility. Teoksessa H. Niemi, A. Toom & A. Kallioniemi (toim.), *Miracle of Education: The Principles and Practices of Teaching and Learning in Finnish Schools* (s. 39–54). https://doi.org/10.1007/978-94-6091-811-7_3

- Tossavainen, T. (2005). Matematiikka ja kieli. *Tieteessä Tapahtuu*, (4), 33–36.
<https://oula.finna.fi/Record/arto.012987470>
- Tossavainen, T. & Leppäaho, H. (2018). Matematiikan opettajien ja opettajaksi opiskelevien matemaattisesta osaamisesta. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen* (s. 294–305). Niilo Mäki Instituutti.
- Tuomi, J. & Sarajärvi, A. (2018). *Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi* (Uudistettu laitos.). Kustannusosakeyhtiö Tammi.
- Valli, R. (2018). Aineistonkeruu kyselylomakkeella. Teoksessa R. Valli (toim.), *Ikkunoita tutkimusmetodeihin: 1, Metodien valinta ja aineistonkeruu: Virikkeitä aloittelevalle tutkijalle*. PS-kustannus.
- Valli, R. & Perkkilä, P. (2018). Sähköinen kyselylomake ja sosiaalinen media aineistonkeruussa. Teoksessa R. Valli (toim.), *Ikkunoita tutkimusmetodeihin: 1, Metodien valinta ja aineistonkeruu: Virikkeitä aloittelevalle tutkijalle*. PS-kustannus.
- van Driel, J. H. & Berry, A. (2017). Developing pre-service teachers' pedagogical content knowledge. Teoksessa D. Clandinin & J. Hsu (toim.), *The SAGE Handbook of Research on Teacher Education* (s. 561–576). London: SAGE Publications.
- Vilkka, H. (2021). *Tutki ja kehitä* (5., päivitetty painos.). PS-kustannus.
- Vuori, J. Laadullinen sisällönanalyysi. Teoksessa J. Vuori (toim.), *Laadullisen tutkimuksen verkkokäsikirja*. Tampere: Yhteiskuntatieteellinen tietoaarkisto [ylläpitäjä ja tuottaja].
 <<https://www.fsd.tuni.fi/palvelut/metodimaopetus/>>. [Viitattu 9.3.2021.]
- Yrjönsuuri, R. (2004). Matemaattisen ajattelun opettaminen ja oppiminen. Teoksessa P. Räsänen (toim.), *Matematiikka - Näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen* (s. 128–141). Niilo Mäki -Instituutti.

Liite 1. Kyselyn saatekirje

Hei maisterivaiheen luokanopettajaopiskelijat ja 2020-2021 valmistuneet!

Olen viidennen vuoden luokanopettajaopiskelija ja teen pro gradu -tutkielmaa maisterivaiheen luokanopettajaopiskelijoiden ja vastavalmistuneiden luokanopettajien käsityksistä opettaa matematiikkaa.

Aineisto kerätään kyselylomakkeella anonyymisti ja aineistoa käsitellään niin, etteivät vastaajat ole tunnistettavissa. Vastaamalla kyselyyn annat suostumuksesi käyttää antamiasi tietoja tässä sekä mahdollisesti tulevissa tutkimuksissa. Kerättyä aineistoa säilytetään Tutkimuseettisen neuvottelukunnan (TENK) ohjeiden mukaisesti ja sitä voidaan hyödyntää myöhemmissä tutkimuksissa tämän tutkimuksen lisäksi. Aineistoa voi käsitellä vain tutkimuksen tekemisen yhteydessä.

Kyselyyn vastaaminen kestää noin 20 minuuttia. Vastaathan 2.3.2021 mennessä. Vastaan mielelläni, mikäli sinulla herää kysyttävää tutkimukseen tai kyselyyn liittyen.

Reetta Pykäläaho, Oulun yliopisto

reetta.pykalaaho@student oulu.fi

Liite 2. Kyselylomake

Matematiikan opettaminen

1. Sukupuoli

Nainen

Mies

Muu

En halua vastata

2. Minä vuonna olet kirjoittanut ylioppilaaksi?

3. Jos olet käynyt lukion tai kaksoistutkinnon, kumman oppimäärän olet käynyt?

Pitkä matematiikka

Lyhyt matematiikka

4. Missä yliopistossa olet suorittanut tutkinnon?

5. Valmistumisvuosi tai arvioitu valmistumisvuosi yliopistosta.

6. Montako opintopistettä matematiikkaa olet opiskellut omassa tiedekunnassa? Voit laittaa arvion.

7. Montako opintopistettä matematiikkaa olet opiskellut muissa tiedekunnissa?

8. Millaisena olet kokenut matematiikan opiskelun ennen luokanopettajaopintoja?

9. Millä tavoin ympäristö on tukenut sinua matematiikan opiskelussa ennen luokanopettajaopintoja?

10. Millä asteella tulet opettamaan matematiikkaa? Voit valita useamman vaihtoehdon.

Alakoulu

Yläkoulu

Lukio

11. Mitä alakoulun matematiikan sisällöistä opettaisit mieluiten, voit valita useamman.

Luvut ja laskutoimitukset

Kymmenjärjestelmä, lukujen rakenne ja yhteydet, jaollisuus

Peruslaskutoimitukset kokonaisluvuilla (yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolasku)

Laskutoimitusten yhteys

Negatiiviset kokonaisluvut ja desimaaliluvut

Murtoluvut ja niiden laskutoimitukset

Prosentti

Algebra

Yhtälönratkaisu

Geometria ja mittaaminen

Kappaleiden ja kuvioiden luokittelu

Symmetria

Mittakaava

Mittaaminen ja siihen liittyvät laskutoimitukset (piiri, pinta-ala, tilavuus)

Mittayksiköt ja niiden muunnokset

Koordinaatisto

Ei mikään näistä

Mikään sisällöistä ei tunnu mieltä

12. Mikä tekee sisältöjen opettamisesta mieltä?

13. Mikä matematiikan sisällöistä tuntuu epämieltä opettaa, voit valita useamman.

Luvut ja laskutoimitukset

Kymmenjärjestelmä, lukujen rakenne ja yhteydet, jaollisuus

Peruslaskutoimitukset kokonaisluvuilla (yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolasku)

Laskutoimitusten yhteys

Negatiiviset kokonaisluvut ja desimaaliluvut

Murtoluvut ja niiden laskutoimitukset

Prosentti

Algebra

Yhtälönselvitys

Geometria ja mittaaminen

Kappaleiden ja kuvioiden luokittelu

Symmetria

Mittakaava

Mittaaminen ja siihen liittyvät laskutoimitukset (piiri, pinta-ala, tilavuus)

Mittayksiköt ja niiden muunnokset

Koordinaatisto

Ei mikään näistä

Mikään edellisistä ei tunnu epämieluisalta

14. Mikä tekee sisältöjen opettamisesta epämieluisia?

15. Minkä ajattelet olevan matematiikan opetuksen tärkeimpiä tavoitteita? Voit kertoa useammasta.

16. Mistä matematiikan sisältöjen oppiminen koostuu alakoulussa?

17. Minkälaista pedagogista osaamista matematiikan opettaminen vaatii?

18. Millaisena koet omat kykysi pedagogisesta osaamisesta matematiikan opettamisessa?

19. Mitä opettajan tulee osata matematiikan sisällöistä opettamista varten?

20. Millaisena koet omat kykysi matematiikan sisältöjen osaamisesta opettamista varten?

21. Minkä koet omaksi vahvuudeksesi matematiikan opettamisessa?

22. Mitkä asiat aiheuttavat epävarmuuden kokemuksia matematiikan opettamisessa?

23. Miten luokanopettajakoulutus on tukenut matematiikan opettamisen taitoja?

24. Miten matematiikan opettamisen taito on vahvistunut luokanopettajaopintojen ulkopuolella?

Seuraavassa osiossa on esitetty kaksi eri kirjasarjan koetta murtoluvuista. Arvioi kokeiden toimivuutta ja mitä kokeen tehtävät mittaavat.

Tuhattaituri 4b Koe 1 sivut 6–57

Nimi: _____

Nähty: _____ Pisteet: _____ /30

1. Päässäälaskut.

a. _____ b. _____ c. _____ /3

2. Merkitse murtoluku kokonaisina tai sekalukuna.

a. $\frac{6}{2} =$ _____ b. $\frac{8}{5} =$ _____ c. $\frac{7}{2} =$ _____ d. $\frac{15}{7} =$ _____ /2

3. Merkitse supistaja. Supista.

a. $\frac{4}{10} =$ _____ b. $\frac{10}{25} =$ _____ c. $\frac{21}{28} =$ _____ d. $\frac{15}{18} =$ _____ /2

4. Lavenna.

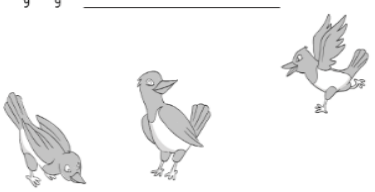
a. $\frac{3}{5} =$ _____ b. $\frac{2}{7} =$ _____ c. $\frac{5}{6} =$ _____ d. $\frac{7}{8} =$ _____ /2

5. Laske.

a. $\frac{6}{7} + \frac{3}{7} =$ _____

b. $\frac{5}{8} + \frac{1}{8} =$ _____

c. $\frac{14}{9} - \frac{8}{9} =$ _____ /3



360 Tuhattaituri 4b © Tuhattaituri 4b Opettajien opas, Opetus

Tuhattaituri 4b Koe 1 sivut 6–57

6. Laske.

a. $\frac{3}{5} + \frac{3}{10} =$ _____ b. $\frac{7}{15} + \frac{1}{3} =$ _____ c. $\frac{4}{9} + \frac{2}{3} =$ _____

= _____ = _____ = _____ /6

7. Laske.

a. $\frac{11}{12} - \frac{5}{6} =$ _____ b. $\frac{2}{3} - \frac{1}{15} =$ _____ c. $\frac{3}{4} - \frac{9}{20} =$ _____

= _____ = _____ = _____ /6

8. Merkitse lauseke ja laske.

a. Saran pitsasta on jäljellä $\frac{7}{12}$. Hän syö pitsasta $\frac{1}{6}$. Kuinka paljon pitsaa jää jäljelle?

b. Eino syö piirakasta $\frac{1}{2}$ ja Aino $\frac{3}{10}$. Kuinka suuren osan piirakasta he syövät yhteensä?

Tulos: _____ Tulos: _____ /4

9. Päätele luku vihjeiden perusteella.

- Luku on yhtä suuri kuin $\frac{1}{3}$.
- Luvun nimittäjä on suurempi kuin 15, mutta pienempi kuin 20.

Luku on _____ /2

361 Tuhattaituri 4b © Tuhattaituri 4b Opettajien opas, Opetus

Koe 1



25. Mitä kokeen tehtävät mittaavat? Voit eritellä tehtävä kerrallaan tai tehtäväryhmissä.

Koe 1 Murtoluvut Milli 5B

Nimi _____

Päässälaskut
1. _____ 2. _____ 3. _____ / 3

1. Kuinka suuri osa on väritetty? Kirjoita murtolukuna tai sekalukuna.

 _____  _____ / 2

2. Muunna sekaluvuksi murtoluvuksi.

$\frac{10}{3} =$ _____ $\frac{12}{5} =$ _____ $2\frac{1}{6} =$ _____ $1\frac{3}{8} =$ _____ / 2

3. Lavenna murtoluku samannimiseksi ja vertaa. Merkitse < , > tai =.

$\frac{7}{9}$ $\frac{12}{3} =$ _____ $\frac{7}{9}$ $\frac{2}{3} =$ _____ / 2

4. Supista yksinkertaisimpaan muotoon.

$\frac{6}{15} =$ _____ $\frac{8}{12} =$ _____ / 2

5. Laske. Supista vastaus ja muunna sekaluvuksi, jos voit.


$\frac{1}{8} + \frac{5}{8} =$ _____ $1\frac{3}{15} + 2\frac{7}{15} =$ _____ / 6

$\frac{7}{9} - \frac{4}{9} =$ _____ $3\frac{2}{7} - 1\frac{6}{7} =$ _____

$9 \cdot \frac{1}{5} =$ _____ $4 \cdot \frac{5}{6} =$ _____

6. Laske.

	32 eurosta
$\frac{1}{4}$	
$\frac{3}{4}$	

 / 2

© Tähkät ja Savonlinna Pro Oy

Koe 2

Koe 1 Murtoluvut Milli 5B

7. Tee lasku ja laske. Supista vastaus ja muunna sekaluvuksi, jos voit.

Isä viipyi eväspäikällä $1\frac{1}{2}$ h. Annoona hiihtää samaa reittiä laavulle ja takaisin. Aidin evästauko oli $\frac{1}{3}$ h lyhyempi. Kuinka pitkän matkan Annoona hiihtää yhteensä? / 4

Laavu $\frac{2}{3}$ km



V: _____

8. Tee lasku ja laske. Hiihtoretkelle pakataan mukaan seitsemän purkkia $\frac{2}{3}$ litran mustikkamehua. Mehut kaadetaan $5\frac{1}{3}$ litran astiaan. Kuinka monta litraa mehua astiaan vielä mahtuu? / 3

V: _____

9. Olli ja Jalo keräilevät samaa jääkiekkokorttisarjaa. Jalo on kerännyt sarjasta $\frac{3}{4}$ ja Olli on kerännyt sarjasta $\frac{7}{12}$. Kumpi on kerännyt sarjasta enemmän? Sarjaan kuuluu yhteensä 36 korttia. Kuinka monta korttia Jaloilta vielä puuttuu? / 4

V: _____ V: _____ korttia

10. Kuinka monta on yhteensä? Kuvasta puuttuu $\frac{3}{5}$ pipeista  $\frac{5}{8}$ mukeista.  / 2

Pipoja on yhteensä _____ Mukeja on yhteensä _____

Arviointi

Päässälaskut	_____ / 3 p
Perustehtävät	_____ / 14 p
Soveltavat tehtävät	_____ / 13 p
Yhteensä	_____ / 30 p

Nähty _____

© Tähkät ja Savonlinna Pro Oy

26. Mitä sisällöllistä osaamista kokeen tehtävät mittaavat?

27. Kumpaa koetta käyttäisit arvioinnissa, perustele valintasi.

28. Mitä seuraavista tavoitteista valitsemasi koe mittaa?

T1 pitää yllä oppilaan innostusta ja kiinnostusta matematiikkaa kohtaan sekä tukea myönteistä minäkuvaa ja itseluottamusta.

T2 ohjata oppilasta havaitsemaan yhteyksiä oppimiensa asioiden välillä.

T3 ohjata oppilasta kehittämään taitoaan esittää kysymyksiä ja tehdä perusteltuja päätelmiä havaintojensa pohjalta.

T4 kannustaa oppilasta esittämään päättelyään ja ratkaisujaan muille konkreettisin välinein, piirroksin, suullisesti ja kirjallisesti myös tieto- ja viestintäteknologiaa hyödyntäen.

T5 ohjata ja tukea oppilasta ongelmanratkaisutaitojen kehittämisessä.

T6 ohjata oppilasta kehittämään taitoaan arvioida ratkaisun järkevyyttä ja tuloksenmielekkyyttä.

T7 ohjata oppilasta käyttämään ja ymmärtämään matemaattisia käsitteitä ja merkintöjä.

T8 tukea ja ohjata oppilasta vahvistamaan ja laajentamaan ymmärrystään kymmenjärjestelmästä.

T9 tukea oppilasta lukukäsitteen kehittämisessä positiivisiin rationaalilukuihin ja negatiivisiin kokonaislukuihin.

T10 opastaa oppilasta saavuttamaan sujuva laskutaito päässä ja kirjallisesti hyödyntäen laskutoimitusten ominaisuuksia.

T11 ohjata oppilasta havainnoimaan ja kuvailemaan kappaleiden ja kuvioden geometrisia ominaisuuksia sekä tutustuttaa oppilas geometrisiin käsitteisiin.

T12 ohjata oppilasta arvioimaan mittaushetken suuruutta ja valitsemaan mittaamiseen sopivan välineen ja mittayksikön sekä pohtimaan mittaustuloksen järkevyyttä.

T13 ohjata oppilasta laatimaan ja tulkitsemaan taulukoita ja diagrammeja sekä käyttämään tilastollisia tunnuslukuja sekä tarjota kokemuksia todennäköisyydestä.

T14 innostaa oppilasta laatimaan toimintaohjeita tietokoneohjelmina graafisessa ohjelmointiympäristössä.

29. Mitä opettajan tulee osata, jotta voi opettaa kyseistä sisältöä?

30. Miten käsittelet kokeen sisällöistä laventamista oppilaiden kanssa?

31. Mitä oppilaan tulee osata ennen sisällön oppimista?

32. Muita ajatuksia aiheeseen tai kyselyyn liittyen.

Liite 2. Kyselyn saatekirje

Hei maisterivaiheen luokanopettajaopiskelijat ja 2020-2021 valmistuneet!

Olen viidennen vuoden luokanopettajaopiskelija ja teen pro gradu -tutkielmaa maisterivaiheen luokanopettajaopiskelijoiden ja vastavalmistuneiden luokanopettajien käsityksistä opettaa matematiikkaa.

Aineisto kerätään kyselylomakkeella anonyymisti ja aineistoa käsitellään niin, etteivät vastaajat ole tunnistettavissa. Vastaamalla kyselyyn annat suostumuksesi käyttää antamiasi tietoja tässä sekä mahdollisesti tulevissa tutkimuksissa. Kerättyä aineistoa säilytetään Tutkimuseettisen neuvottelukunnan (TENK) ohjeiden mukaisesti ja sitä voidaan hyödyntää myöhemmissä tutkimuksissa tämän tutkimuksen lisäksi. Aineistoa voi käsitellä vain tutkimuksen tekemisen yhteydessä.

Kyselyyn vastaaminen kestää noin 20 minuuttia. Vastaathan 2.3.2021 mennessä. Vastaan mielelläni, mikäli sinulla herää kysyttävää tutkimukseen tai kyselyyn liittyen.

Reetta Pykäläaho, Oulun yliopisto

reetta.pykalaaho@student oulu.fi